

闭卷/20 min. 可带计算器.

填空 2×10 . 选择题 2×10 简答题 5×4 . 计算 40 分. 3 题
提纲.

1. 流体静力学.

- 静压强特点, 画静压强受力图.
- 帕斯卡定理. 容器中压强关系
- 浸没平壁的受力分析.

2. 流体运动学.

- 守恒定律及对应的方程.
- 拉格朗日描述 / 欧拉描述
- 流线、流线积分方程、由速度求流线.
- 微分形式的连续性方程. 定常情况 / 不可压缩情况.
判断流动是否质量守恒
- 流体微元概念; 微元运动的组成、各种变形量纲
- 有旋流 / 无旋流

3. 流体动力学.

- 不可压缩牛顿流体的应力分量
- 积分形式(控制体)的动量平衡方程
- 直角坐标系下的 N-S 方程 / 欧拉方程.
- 流函数与速度势的性质 (不是很重要)
- 求解流函数与速度势
- 无粘定常流动的伯努利方程.



4. 量纲分析和相似性原理.

- 量纲和谐原理、流体力学中的基本量纲
- 瑞利法的应用
- 重要的无量纲参数.

5. 管道中的黏性流动.

- 达西摩擦因子、水力坡降线、水力学直径.
- 充分发展的圆管层流流动.
- 圆管湍流的摩擦因子.
- 壁面粗糙度影响、莫迪图、考虑壁面粗糙度的摩擦因子公式
- 管道湍流流动问题的分类
- 局部水头损失

6. 边界层理论与物体绕流

- 边界层厚度公式(层、湍流)、当地雷诺数.

7. 可压缩流动.

- 马赫数、完全气体的声速、可压缩流动的分类
- 完全气体(空气)的关系式

$$\nabla \cdot \mathbf{m} = \frac{\partial m}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial m}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial m}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\nabla^2 m = \frac{\partial^2 m}{\partial x^2} \mathbf{i} + \frac{\partial^2 m}{\partial y^2} \mathbf{j} + \frac{\partial^2 m}{\partial z^2} \mathbf{k}$$



一. 绪论

1. 流体力学基本概念

1. 研究的问题: • 流体的介质特性; • 流体遵循的规律
• 流体与周围物体相互作用 • 流体带来的质量、动量、能量规律

2. 三个研究方面: ①. 静力学 — “静止”流体平衡、压力分布

②. 运动学 — 流体运动的特征规律

③. 动力学 — 外力作用下流体运动, 及壁面的作用力阻力

3. 三种研究方法: 现象观察 → 实验模拟 → 理论分析

2. 著名学者及贡献

1. 伯努利. **伯努利方程**. 建立了流体位势能、压强、势能、动能之间的能量转换. $z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}$
出版《流体力学》, 奠定流体静力学基础.

2. 牛顿. 建立**牛顿内摩擦定律**. 为粘性流体力学奠定理论基础. 并讨论波浪运动

3. 欧拉. **流体的连续介质模型**. **理想流体运动微分方程** $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0$; $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f}$

4. 拉格朗日. **新的流体力学微分方程**; **流函数**
 $\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dt} + \nabla \cdot \vec{v} = 0$ **速度势**

5. 雷诺. **不可压缩粘性流体的两种状态 — 层流 + 湍流**.

6. 普朗特: **边界层理论**. 解释阻力产生的机制

7. 冯·卡门. **提出计算湍流粗糙度管入的公式**
航空航天. 卡门涡街

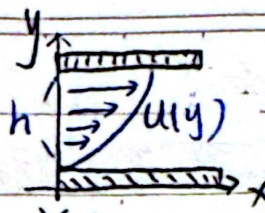


3. 剪切力 (内摩擦力)

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{h} = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

τ 单位是 Pa. μ 是粘度系数, 单位 $\text{kg/m}\cdot\text{s}$

运动粘度 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, 单位 m^2/s .

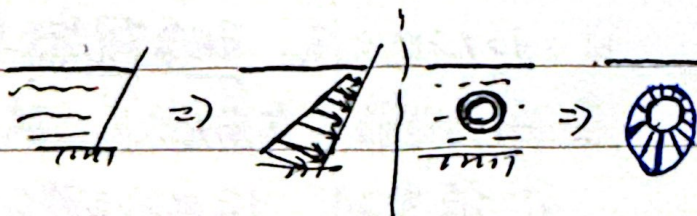


两板之间
流体的
速度分布

二. 流体静力学.

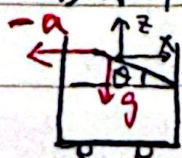
1. 静压强.

静压强受力图.

2. 帕斯卡定理. $\Delta P = \rho \cdot g \cdot \Delta h$

3. 有加速度下的静压强.

1). 水平加速度



$$f_x = -a, f_z = -g.$$

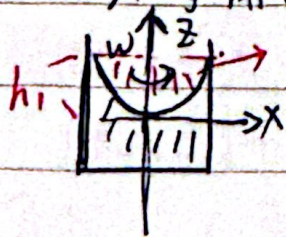
$$dp = \rho(-a dx - g dz), \text{积分得: } p = \rho g(-\frac{a}{g}x - z) + C$$

代入: $x=0, z=0$ 时, $p=p_0$. 则:

$$p = p_0 - \rho g(\frac{a}{g}x + z).$$

等压面方程: $ax + gz = C. \theta = \arctan \frac{a}{g}.$

2). 等角速度旋转.



$$V = \frac{\omega^2 r^2}{2} \cdot h_1$$

等压面方程:

$$\frac{\omega^2}{2} r^2 - gz = C$$

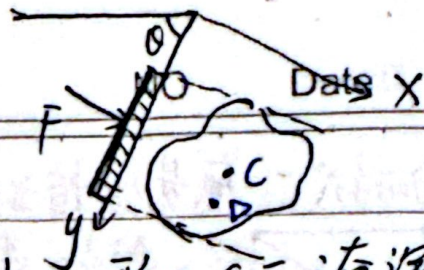
自由面:

$$z_0 = \frac{\omega^2}{2g} \cdot r^2$$

任意点相对压强:

$$p = p_0 + \rho g(\frac{\omega^2}{2g} \cdot r^2 - z).$$





4. 浸没平壁受力分析.

总压力: $F = \rho g h_c \cdot A$. h_c 为形心 C 的淹深; A 为总面积

总压力作用点: $y_D = y_c + \frac{J_{cx}}{y_c A}$ y_c 为 C 点坐标, J_{cx} 惯性矩

矩形: $J_{cx} = \frac{bh^3}{12}$; 圆: $J_{cx} = \frac{\pi d^4}{64}$; 三角形: $J_{cx} = \frac{bh^3}{36}$

三. 流体运动学

定律	方程
质量守恒	连续性方程
牛顿第二定律	动量方程
热力学第一定律	能量方程

1. 两种运动描述对比

拉格朗日

着眼于某一质点, 其物理量随体变化.

$$u = \frac{\partial x}{\partial t}, \quad v = \frac{\partial y}{\partial t}, \quad w = \frac{\partial z}{\partial t}$$

$$a_x = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \quad a_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad a_z = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

强调轨迹

欧拉.

着眼于空间点, 描述物理量随空间变化.

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

↑
局部导数

对流导数

eg: $a_x = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$

强调瞬时

2. 流线

迹线: 流体质点的运动轨迹.

流线: 流场空间中与速度矢量处处相切的曲线

流线计算: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$. 积分求解.

流量:

1. 体积流量: $Q = \int_A \mathbf{v}_n \cdot d\mathbf{A} \quad / \quad \text{m}^3/\text{s}$

平均速度:

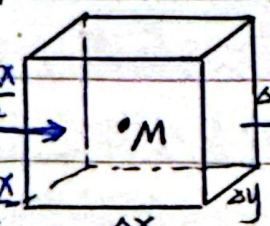
$$V = \frac{Q}{A} \quad / \quad \text{m/s}$$

2. 质量流量: $Q_m = \int_A \rho \cdot \mathbf{v}_n \cdot d\mathbf{A} \quad / \quad \text{kg/s}$



3. 微分形式的质量守恒方程 (连续方程).

M 点速度 (u, v, w) , 密度 ρ .
 净流入控制体的质量流量:



$$Q_{mx} = -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{--- ①}$$

$$Q_{my} = -\frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{--- ②}$$

$$Q_{mz} = -\frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{--- ③}$$

单位时间由于密度 ρ 变化, 引起的质量增量: $\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{--- ④}$

把 ①+②+③=④, 可得:

连续性方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0.$$

若均质不可压缩流体, $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. ρ 为常数. 则:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad \text{用于检验质量守恒}$$

4. 流体微元 (微团). 7.1.

1. 微元: 大量流体质点组成而具有线性尺度效应的微小流体团.

2. 微元的运动组成:

① 整体平移 ② 绕瞬时轴转动. ③ 线变形

④ 剪切变形 (角变形)

要背: 3. 各种变形量: 微团上点 $A(x, y, z)$, 速度 (u, v, w)

• 线应变速率: $\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$ $\epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$

• 体积应变速率: $\nabla \cdot V = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$

• 角变形速率: $\epsilon_{xy} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) = \epsilon_{yx}$, $\epsilon_{yz} = \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}) = \epsilon_{zy}$

$\epsilon_{zx} = \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}) = \epsilon_{xz}$



• 旋转角速度: $\omega_x = \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z})$; $\omega_y = \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x})$
 $\omega_z = \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y})$

• 整体旋转角速度: $\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}$

$$= \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ u & v & w \end{vmatrix} = \frac{1}{2}(\nabla \times \vec{V})$$

若 $\omega = 0$, 称为 无旋.

若 $\omega \neq 0$, 称为 有旋 涡量: $\vec{\omega} = 2\vec{\omega}$

四. 流体力学.

1. 三维不可压缩牛顿流体的应力分量. 8.1

• $\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$ $\tau_{xy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$ $\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$

• $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x})$ $\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x})$

$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y})$

2. 积分形式(控制体)的质量方程. 3.9



$\Delta I = I_{CC'O'} - I_{AB B'A'}$

$\frac{dI}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{I_{CC'O'} - I_{AB B'A'}}{\Delta t} = \sum \vec{F}$

$\int_{A_2} \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{u}_n \cdot dA - \int_{A_1} \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{u}_n \cdot dA = \sum \vec{F}$

由于 $Q = \int_{A_1} V_n dA = \int_{A_2} V_n dA$

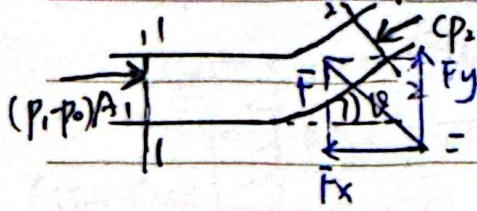
$\therefore \rho Q (\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = \sum \vec{F}$

V_1, V_2 为平均速度

一般 $\beta = 1$



1. 水流冲击面受力分析.

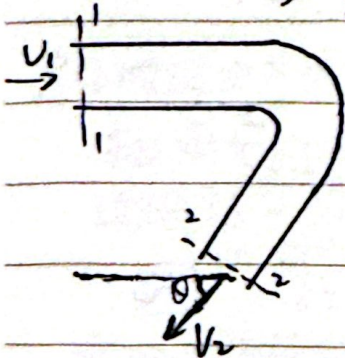


$$\rho Q (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \vec{F} - (p_1 - p_0)A_1 + (p_2 - p_0)A_2$$

$$\rho Q (\vec{v}_2 \cos \theta - \vec{v}_1) = F_x + (p_1 - p_0)A_1 - (p_2 - p_0)A_2 \cos \theta$$

$$\rho Q \vec{v}_2 \cdot \sin \theta = F_y - (p_2 - p_0)A_2 \sin \theta$$

2. 弯管受力.



$$\sum F_x = -m_2 v_2 \cos \theta - m_1 v_1$$

$$\sum F_y = m_2 v_2 \sin \theta$$

3. N-S 方程与欧拉方程. 8.2 & 3.4.

N-S 方程
定常, 不可压缩, 有黏性

欧拉方程
不可压缩, 无黏性

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \gamma \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

微分形式的动量方程.

γ 为运动黏度

相比之下, 少了

这一项

4. 流函数与速度势

1. 流函数, 7.4.3 就是流线方程.

$$\vec{u} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \vec{v} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$\psi(x, y)$ 为流函数
要满足连续性 $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

2. 速度势, 7.4.1

速度势必须在无旋下存在. 即 $w_x = w_y = w_z = 0$

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \text{ ①, } v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \text{ ②, } w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \text{ ③}$$



$$\vec{v} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k} = \nabla \varphi$$

对于不可压缩流动, 满足连续性(质量守恒), 即.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

把 ①、②、③ 代入 ④, 得.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 = \nabla^2 \varphi. \quad \text{拉普拉斯方程}$$

流函数与速度势对比:

流函数:

速度势:

1. 二维稳态不可压缩流动,
有黏、无黏均可

1. 无旋就有速度势

2. 流函数为常数时,
各条线是流线.

2. 速度势的梯度是速度

3. 满足连续性方程.

3. 若连续不可压缩, 满足

连续性方程和 拉普拉斯方程

4. 稳态不可压缩, 速度势和流函数正交.

重点 5. 伯努利方程, 3.5

$$\text{两个截面, } z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \text{常数}$$

定常、不可压缩、无黏、沿一条流线



NO

Date

降低成本、哪些参数可忽略、方程反映物理本质

五. 量纲分析和相似性原理.

1. 量纲分析法: 瑞利法.

1). 基本量纲: 长度 L ; 时间 T ; 质量 M ; 温度 θ .

2). 瑞利法:

eg: 力 F 与质量 m , 速度 V , 圆半径 R 有关. 求 F 表达式.

$$F = f(m, V, R).$$

$$[F] = M \cdot L \cdot T^{-2}, [m] = M; [V] = L \cdot T^{-1}; [R] = L.$$

$$\text{设 } F = k \cdot m^{a_1} \cdot V^{a_2} \cdot R^{a_3}.$$

$$\text{则: } M L T^{-2} = k \cdot M^{a_1} \cdot (L \cdot T^{-1})^{a_2} \cdot (L)^{a_3} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_3 = -1 \end{cases}$$

$$F = k \cdot \frac{m \cdot V^2}{R}$$

重点 2. π 定理.

若一个过程涉及 n 个物理参数, 且共涉及 m 个基本量纲, 则可用 $n-m$ 个独立的无量纲参数 $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-m}$ 来描述这一物理现象eg: 流体阻力 F 与速度 V 、直径 D 、密度 ρ 、动力黏度 μ 有关.

$$[F] = M L T^{-2} \quad [V] = L \cdot T^{-1} \quad [D] = L \quad [\rho] = M \cdot L^{-3} \quad [\mu] = M L^{-1} T^{-1}$$

 $\therefore m=3, n=5$ 可用 $5-3=2$ 个独立无量纲参数选 ρ, V, D 为循环量, 分别与 F, μ 组合.

$$\begin{cases} \pi_1 = F \cdot \rho^{a_1} \cdot V^{a_2} \cdot D^{a_3} = M L T^{-2} \cdot (M L^{-3})^{a_1} \cdot (L T^{-1})^{a_2} \cdot L^{a_3} \\ \pi_2 = \mu \cdot \rho^{b_1} \cdot V^{b_2} \cdot D^{b_3} = M L^{-1} T^{-1} \cdot (M L^{-3})^{b_1} \cdot (L T^{-1})^{b_2} \cdot L^{b_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -1 & b_1 = -1 \\ a_2 = 2 & b_2 = -1 \\ a_3 = -2 & b_3 = -1 \end{cases}$$



$$\pi_1 = \frac{F}{\rho \cdot V^2 \cdot D^2}; \pi_2 = \frac{\mu}{\rho \cdot V \cdot D} \quad \pi_1 = f(\pi_2)$$

六. 管道中的粘性流动.

1. 水头损失.

在粘性流体中, 总水头沿着流线逐渐减小.

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_w$$

h_w 是减少的水头. 即单位重量流体损失的总

机械能. $h_w = h_f + h_j$

层流、湍流都能使用 h_f : 沿程损失. $h_f = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$. λ 为沿程损失系数 / 达西摩擦因子

h_j : 局部损失. $h_j = \xi \cdot \frac{V^2}{2g}$

1) 水力直径:

$$D_h = \frac{4 \times \text{横截面积}}{\text{湿周 (周长)}}$$

非圆管的水头损失:

$$h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{V^2}{2g}$$

2) 水力坡度线 (HGL):

$$HGL = z + \frac{p}{\rho g} \quad \text{流体从 HGL 高处向 HGL 低处流}$$

2. 充分发展的圆管层流流动

1) 雷诺数.

[不论层/湍, 永远适用] $Re = \frac{\rho V d}{\mu} = \frac{V d}{\nu}$ μ : 动力黏度, $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$.
 ν : 运动黏度, m^2 / s .

当 $Re < 2300$, 为层流.



2. 层流时的状态参数.



流速: $u = \frac{\Delta P}{4\mu L} (R^2 - r^2)$. $u_{max} = \frac{\Delta P \cdot R^2}{4\mu L}$

体积流量: $Q = \int_0^R u \cdot 2\pi r dr = \frac{\Delta P}{4\mu L} \frac{\pi R^4}{8}$

最大切应力: $\tau_w = \left| \mu \frac{du}{dr} \right|_{r=R} = \frac{R}{2} \frac{\Delta P}{L}$

平均速度: $\bar{V} = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{\Delta P \cdot R^2}{8\mu L} = \frac{1}{2} u_{max}$

λ : $\lambda = \frac{64}{Re}$ *

3. 湍流运动.

1). 水力光滑/粗糙管.

δ : 黏性底层厚度. Δ : 壁面粗糙度.

$$\delta = \frac{34.2 d}{Re^{0.875}}$$

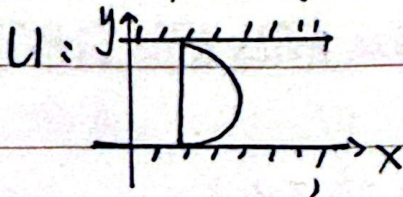


$\delta > \Delta$, 水力光滑管.



$\delta < \Delta$, 水力粗糙管.

水力光滑: 2). 湍流时的 λ 和 U . ($4000 < Re < 10^5$).



$$\frac{U}{U_*} = 2.5 \ln \frac{U_* y}{\gamma} + 5.5$$

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$y=R$ 时, U_{max} .

λ : $\lambda = \frac{0.3164}{Re^{\frac{1}{4}}}$ *

[一定要水力光滑管,
即 $\delta > \Delta$]



水力光滑向粗糙过渡:

背: $\frac{1}{\lambda} = -1.8 \lg \left[\frac{6.9}{Re} + \left(\frac{\Delta}{3.7d} \right)^{1.1} \right]$ 求 λ .

水力粗糙:

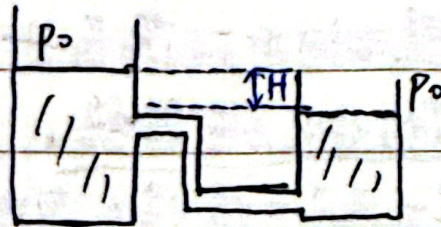
$\lambda = \frac{1}{[1.74 + 2 \lg(\frac{d}{\Delta})]^2}$ (相对不重要).

4. 局部水头损失. 4.5

管面截面变化、弯管、分叉, 引起局部旋涡运动, 从而损失机械能.

$h_j = \xi \frac{V^2}{2g}$

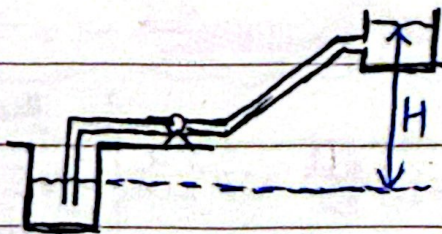
1). 淹没出流管道:



$H + \frac{P_0}{\rho g} = \frac{P_0}{\rho g} + (\lambda \frac{L}{d} + \sum \xi) \frac{V^2}{2g}$

$\therefore V = \mu \sqrt{2gH}$
 $\mu = \frac{1}{\sqrt{\lambda \frac{L}{d} + \sum \xi}}$

2). 装有水泵的管道



$\frac{P_1}{\rho g} + H_p = H + \frac{P_0}{\rho g} + h_w$

$H_p = H + h_w$

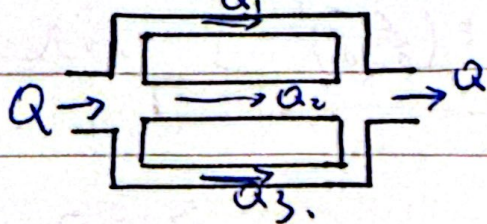
$H_p = \frac{\Delta P}{\rho g}$

H_p 为水泵扬程
 即为水流增压

水泵功率: $P = \frac{\rho g Q (H + h_w)}{\eta}$



3). 并联管道.



三个管道内, 损失水头相同.

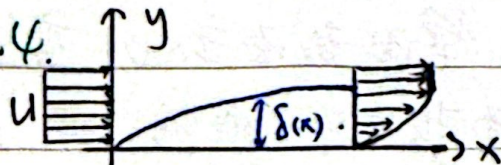
$$\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} = \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} = \lambda_3 \frac{l_3}{d_3} \frac{v_3^2}{2g}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

七. 边界层理论与物体绕流.

1. 边界层理论. 8.4.

1). 边界层概念:



大雷诺数条件下 流经物体壁面的流动, 可划分为两个区域。1. 壁面附近的薄层——边界层, 在其内部, 流体的黏性作用不可忽略。2. 边界层以外区域, 这里黏性力远小于惯性力, 忽略黏性。

2). 边界层相关系数:

位移厚度 $\delta^* = \int_0^{\infty} (1 - \frac{u}{U}) dy = 1.721 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}$ U 为最大速度

动量损失厚度 $\delta^{**} = \int_0^{\infty} \frac{u}{U} (1 - \frac{u}{U}) dy = 0.664 \frac{x}{\sqrt{Re_x}}$

边界层方程: $\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases}$

雷诺数:

$Re_x = \frac{Ux}{\nu}$ 雷诺数 $= \frac{\rho U x}{\mu}$

边界层厚度:

$\delta = \begin{cases} 5 \cdot \frac{x}{\sqrt{Re_x}} & \text{层流 } 10^3 < Re_x < 10^6 \\ 0.16 \cdot \frac{x}{(Re_x)^{1/4}} & \text{湍流 } 10^6 < Re_x \end{cases}$

x 是边界层的
左右纵向
长度。



如果是二维平面，

壁面切应力: $\tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} = 0.332 \frac{\rho U^2}{\sqrt{Re_x}}$

要把上、下两个表面考虑进去

壁面总摩擦阻力: $F_b = \int_0^L \tau_w dx = 0.664 \frac{\rho U^2 L}{\sqrt{Re_L}}$

摩擦阻力系数: $C_f = \frac{F_b}{\frac{1}{2} \rho U^2 L} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_L}}$ 或 $\frac{0.031}{(Re_L)^{1/4}}$

八. 可压缩流动.

$10^3 < Re_x < 10^6$

$Re_x > 10^6$

1. 马赫数

气体质点的速度

上、下游马赫数:

$Ma = \frac{u}{c}$ 当地声速

$Ma_2^2 = \frac{(\gamma-1)Ma_1^2 + 2}{2\gamma Ma_1^2 - (\gamma-1)}$

当地声速: $c = \sqrt{\gamma R_g T}$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \approx 1.4$ $R_g = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

$Ma < 0.3$ 不可压缩.

$0.3 < Ma < 0.8$ 亚音速

$0.8 < Ma < 1.2$ 跨音速.

$1.2 < Ma < 3.0$ 超音速. $Ma > 3.0$ 高超音速

2. 完全气体关系式.

$u=0$

滞止状态: 流体速度为0的状态. 滞止状态的

参数值下标 '0' 表示. 如 P_0, T_0, ρ_0, c_0 .

一元等熵流动:

$C_p T + \frac{1}{2} u^2 = C_p T_0 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_0}{\rho_0} \quad (C_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} R_g)$
任意时刻

$u_{max} = \sqrt{2 C_p T_0}$ 理论最大声速.



$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \quad \left| \frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad \left| \frac{P_0}{P} = \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right.$

临界状态: 当 $u=c$, 即 $Ma=1$ 时. 为临界状态.

临界状态参数下标 '*' 表示. 如 $P^*, T^*, \rho^* \dots$

$\frac{T^*}{T_0} = \frac{C^*}{C_0^2} = \frac{2}{\gamma+1} \quad \left| \frac{\rho^*}{\rho_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \left| \frac{P^*}{P_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right.$

$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\frac{2 + (\gamma-1) Ma^2}{\gamma+1} \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

A^* 总是出现在管的喉部
即截面积最小值处



3. 一元等熵气流在变截面管中流动.

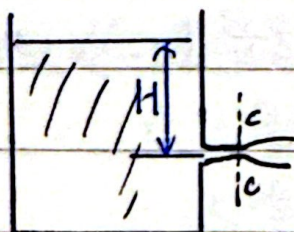
连续性方程: $\frac{dp}{\rho} + \frac{du}{u} + \frac{dA}{A} = 0$

速度与管道截面关系: $(Ma^2 - 1) \frac{du}{u} = \frac{dA}{A}$

当 $Ma < 1$, du 与 dA 异号; 当 $Ma > 1$, du 与 dA 同号.

九. 孔口出流 4.8.

1. 孔口自由出流.



小孔淹没深为 H . 孔口截面积为 A . 其截面积在截面 $c-c$ 处达到最小值 A_c .

定义: 孔口截面收缩系数 $\varepsilon = \frac{A_c}{A}$

伯努利: $H + 0 + \frac{p_0}{\rho g} = 0 + \frac{V_c^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} + h_w$

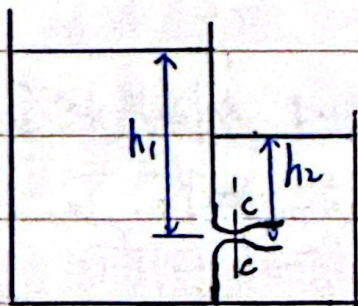
孔口出流只有局部损失, 所以 $H = (1 + \xi) \frac{V_c^2}{2g}$

$V_c = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \sqrt{2gH}$

孔口出流的流量:

$Q = A_c \cdot V_c = \left[\frac{\varepsilon}{\sqrt{1+\xi}} \right] \cdot A \cdot \sqrt{2gH} = \mu A \sqrt{2gH}$ μ 为流量系数

2. 孔口淹没出流.



$h_1 + 0 + \frac{p_0}{\rho g} = h_2 + 0 + \frac{p_0}{\rho g} + h_w$

$h_w = (\xi_1 + \xi_2) \frac{V_c^2}{2g}$ (收缩+扩大).

$\xi_2 \propto 1$.

$\therefore h_1 - h_2 = (1 + \xi) \frac{V_c^2}{2g}$



十. 正激波: 9.1



激波上游状态 1, 穿过激波后, 变为状态 2.

连续性方程: $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$

动量方程: $p_1 - p_2 = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2$

绝热, 能量守恒: $c_p T_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = c_p T_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = c_p T_0$

状态方程: $Rg = \frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2}$

上、下游速度关系: $v_1 - v_2 = Rg \left(\frac{T_2}{v_2} - \frac{T_1}{v_1} \right) = Rg T_0 \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) + \frac{Rg}{\gamma c_p} (v_1 - v_2)$

上、下游密度关系: $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1) \frac{p_1}{\rho_1} + (\gamma-1) p_2}{(\gamma+1) p_1 + (\gamma-1) \frac{p_2}{\rho_1}}$

流体: 液体 + 气体. 固体能受拉、压、剪切, 但流体不受拉、剪切. 气比液更易压缩.

连续介质模型: 把流体看作内含足够多分子的微团(或质点)所构成的连续介质. 流体质量、压强、速度、密度、温度等连续分布.

流体的黏性: 紧靠桶壁的流体黏附在壁面, 随桶一起旋转或静止. 相邻两层流体间会相对运动, 在交界面上产生内摩擦作用. 相互带动

