Heat Transfer

0.1 相似特征数

- **Bi 毕渥数$\boldsymbol{\frac{h\delta}{\lambda}}$：固体导热热阻与表面换热热阻之比（越大代表对流换热程度越深）**
- **Fo 傅里叶数$\boldsymbol{\frac{\tau a}{l^2}}$：热扩散时间与特征时间之比（越大代表越接近终态）**
- Ga 伽利略数$\frac{gL^3}{\nu^2}$：重力与黏性力之比
- **Gr 格拉晓夫数$\boldsymbol{\frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}}$：浮力与黏性力之比（越大代表有限空间自然对流越强）**
- **j 因子$\boldsymbol{\frac{Nu}{RePr^{\frac{1}{3}}}}$：量纲为 1 的表面传热系数（常用于制冷）**
- Ja 雅各布数$\frac{c_p\Delta T}{r}$：相变时显热与潜热之比（越大表示液膜过冷度越大）
- Kn 克努森数$\frac{\lambda_f}{l}$：平均自由程与特征长度之比（越大代表越真空）
- Le 刘易斯数$\frac{a}{D}$：热扩散系数与浓度扩散系数之比
- Nu 努塞尔数$\frac{hl}{\lambda}$：对流换热系数与导热系数之比（越大代表（强迫）对流越强）
- Pe 佩克莱数$PrRe$：和 Re 热类比，表征热湍流
- **Pr 普朗特数$\boldsymbol{\frac{\nu}{a}}$：动力学黏度与热扩散系数之比（或流动边界层与热边界层厚度之比）（越大代表动量扩散较热扩散更快，流动边界层厚度越大）**
- **Ra 瑞利数$\boldsymbol{\frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu a}}$：浮力与热扩散、动量扩散乘积之比（越大代表大空间自然对流越强）**
- **Re 雷诺数$\boldsymbol{\frac{ul}{\nu}}$：惯性力与黏性力之比（越大表示湍流程度越强）**
- Sc 施密特数$\frac{\nu}{D}$：动量扩散能力与浓度扩散能力之比
- Sh 舍伍德数$\frac{h_ml}{D}$：和 Nu 浓度类比，表征浓度对流大小
- **St 斯坦顿数$\boldsymbol{\frac{Nu}{RePr}}$：修正 Nu，量纲为 1 的表面传热系数**

1 换热基本方式

1.1 热传导(Conduction)

- 直接接触的物体，温度不同的部分中依靠分子、原子、自由电子等微粒热运动而进行的热量传递现象
- **Fourier 定律**

$$\Phi = -\lambda A\frac{dt}{dx} \tag{1}$$

$$q = \frac{\Phi}{A} = -\lambda\frac{dt}{dx} \tag{2}$$

  - 热流量Φ
  - 热流密度q

- 导热面积A
- 导热系数$\lambda[W/m\cdot K]$
- **一维稳态导热**

$$q\int_0^\delta dx=-\lambda\int_0^t dt \tag{3}$$

$$\Longrightarrow q=-\frac{t}{\delta/\lambda} \tag{4}$$

- 导热热阻$R_\lambda=\delta/A\lambda$
- 单位导热热阻$R_\lambda=\delta/\lambda$

1.2 热对流(Convection)

- 流体中温度不同的各部分，由于发生相对宏观运动而传递热量的现象
- **对流换热**
  - 无相变：强迫对流、自然对流
  - 有相变：沸腾换热、凝结换热
  - 特点：
    - 导热&对流同时存在
    - 须有直接接触和相对运动及温度差
- **牛顿冷却公式**

$$\Phi=hA(t_w-t_\infty) \tag{5}$$

$$q=\frac{\Phi}{A}=h(t_w-t_\infty) \tag{6}$$

  - 热流量Φ
  - 热流密度q
  - 壁面面积A
  - 壁面温度t_w, 流体温度$t_f\sim t_\infty$
  - 表面(对流)传热系数$h[W/(m^2\cdot K)]$
  - 单位对流换热热阻$r_h=1/h$
  - 对流换热热阻$R_h=1/(hA)$

1.3 热辐射

- 有热运动产生的，以电磁波形式传递能量的现象
- 特点：
  - 高于$0K$即可发生
  - 可在真空传播
  - 伴随能量形式转变
  - 具有强烈方向性
  - 辐射能与温度和波长均有关
  - 发射辐射取决于温度的四次方
- **辐射换热 Stefan-Boltzmann Law:**

$$\Phi=\varepsilon A\sigma(T_1^4-T_2^4) \tag{7}$$

$$q=\varepsilon\sigma(T_1^4-T_2^4) \tag{8}$$

- 热流量Φ
- 热流密度q
- 黑体辐射表面面积A
- T_1, T_2，辐射发射和接收方温度
- 斯忒藩修正系数（发射率）ε，也叫**黑度**，即绝对黑体$\varepsilon = 1$
- 斯忒藩-玻尔兹曼常量σ
- 单位辐射换热热阻$r_{rad} = 1/(\varepsilon\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$
- 辐射换热热阻$R_{rad} = 1/(\varepsilon A\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2))$

1.4 传热与传热系数

- **传热**：壁面一侧的流体通过壁面将热量传递到另一侧流体内的过程

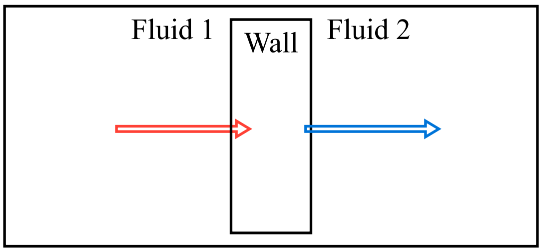


图 1: 传热的定义

$$\Phi = \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{R_{h1} + R_\lambda + R_{h2}} = \frac{A(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{h_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} = Ak(t_{f1} - t_{f2}) \tag{9}$$

- $k[W/m^2 \cdot K]$**传热系数**

2 导热理论与稳态导热计算

- 等温线、等温面
- 导热基本定律(Fourier's law):

$$\vec{q} = -\lambda \nabla T \quad \text{or} \quad \vec{q} = -\bar{\bar{\boldsymbol{\lambda}}} \cdot \nabla T \tag{10}$$

$$\lambda_{\text{金属}} > \lambda_{\text{非金属}}, \lambda_s > \lambda_l > \lambda_g \tag{11}$$

- **气体热导率**
  - 气体分子运动理论：常温常压下气体热导率为：

$$\lambda = \frac{1}{3}\bar{u}\rho l c_v \tag{12}$$

  其中l为气体分子两次碰撞间平均自由程 $\bar{u}$为气体分子运动的均方根速度

  $T \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$，随$p$变化不明显

- **液体热导率**
  - 主要靠晶格振动导热
  - 大多数液体$T \uparrow \Rightarrow \rho \downarrow \Rightarrow \lambda \downarrow$
  - $p \uparrow \Rightarrow \lambda \uparrow$
- **固体热导率**
  - 纯金属：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为前者）$T \uparrow \Rightarrow \lambda \downarrow$

  - 合金：依靠自由电子的迁移和晶格的振动（主要为后者）$T\uparrow\Rightarrow\lambda\uparrow$
  - 非金属：依靠晶格振动导热 $T\uparrow\Rightarrow\lambda\uparrow\rho\downarrow$, 湿度 $\downarrow\Rightarrow\lambda\uparrow$
- **导热微分方程：**

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}=\nabla\cdot(\lambda\nabla T)+q_v \tag{13}$$

定常条件下：

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\lambda}{\rho c}\Delta^2 T+\frac{q_v}{\rho c}=a\Delta^2 T+\frac{q_v}{\rho c} \tag{14}$$

$a[m^2/s]$**热扩散率（导温系数）(Thermal diffusivity)**

$$a=\frac{\lambda}{\rho c} \tag{15}$$

- **非傅里叶导热过程**
  - 极短时间内极大热流密度的导热
  - 极低温度下的导热
- **边界条件**
  - **第一类边界条件**

已知导热体边界上的**温度值**

$$T\Big|_s=T_w \tag{16}$$

  - **第二类边界条件**

已知导热体边界上**热流密度**的分布及变化规律【接触导热边界条件】

$$q\Big|_s=q_w=-\lambda\frac{dT}{dn}\Big|_n=f(\vec{\boldsymbol{r}},t) \tag{17}$$

  - **第三类边界条件**

已知导热体边界上周围**流体的温度**以及**表面传热系数**【对流导热边界条件】

$$q\Big|_s=q_w=-\lambda\frac{dT}{dn}\Big|_w=h(T_w-T_0) \tag{18}$$

- **热阻分析**

适用于一维、稳态、无内热源的情况

1. **平板**

$$q=\frac{T_{f1}-T_{f2}}{\frac{1}{h_1}+\sum\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{h_2}} \tag{19}$$

2. **圆筒**

$$q_l = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 \pi d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\pi\lambda} \ln\left(\frac{d_{i+1}}{d_i}\right) + \frac{1}{h_2 \pi d_{n+1}}} \tag{20}$$

4. **变面积或变导热系数**

$$\Phi = -\lambda(T) A(x) \frac{dT}{dx} \tag{21}$$

$$\Phi = -\frac{\bar{\lambda}(T_1 - T_2)}{\int_1^2 \frac{dx}{A(x)}} \tag{22}$$

5. **肋片传热**

$$\Phi = \frac{T_{f1} - T_{f2}}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{\delta}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A}} \tag{23}$$

增大传热量⇔减小热阻

- 导热热阻可忽略
- 增大对流导热系数h_1, h_2
- 增大传热面积

1. 等截面直肋

$\Phi_x = \Phi_{x+dx} + \Phi_{dx}$(Energy Conservation)

$$\Phi_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} (\text{Fourier law}) \tag{24}$$

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{d\Phi_x}{dx} dx = \Phi_x - \lambda A_c \frac{d^2 T}{dx^2} dx \tag{25}$$

$$\Phi_{dx} = h(Pdx)(T - T_\infty)(\text{Fourier cooling formula}) \tag{26}$$

$$\Longrightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c}(T - T_\infty) \tag{27}$$

引入过余温度$\theta = T - T_\infty$ 则有

$$\frac{d^2\theta}{d\theta^2} = m^2\theta \tag{28}$$

边界条件:

$$\text{B.C.} = \begin{cases} x = 0\ , & \theta = \theta_0 = T_0 - T_\infty \\ x = H\ , & \frac{d\theta}{dx} = 0(\text{忽略肋端散热}) \end{cases} \tag{29}$$

解得:

$$\theta = \theta_0 \frac{\cosh(m(H - x))}{\cosh(mH)} \tag{30}$$

肋片效率

$$\eta_f = \frac{\Phi}{\Phi_0}(\Phi_0\text{为假设整个肋表面处于肋基温度下的散热量}) = \frac{\tanh(mH)}{mH} \tag{31}$$

肋片效率曲线

$$\eta_f \sim \left(\frac{h}{\lambda A_L}\right)^{\frac{1}{2}} (H)^{\frac{3}{2}} \tag{32}$$

肋片散热总效率

$$\eta_o = \frac{A_r + \eta_f A_f}{A_r + A_f} \tag{33}$$

2. 环肋及三角形界面直肋
3. 通过接触面的导热

点接触/部分接触带来额外热阻

$$r = \frac{\delta_A}{\lambda_A} + r_c + \frac{\delta_B}{\lambda_B} \tag{34}$$

影响因素：
- 固体表面粗糙度
- 接触表面硬度匹配
- 接触面上挤压压力
- 空隙中的介质性质

3 非稳态导热

3.1 概念

- **定义**

$$T = f(\vec{r}, t) \tag{35}$$

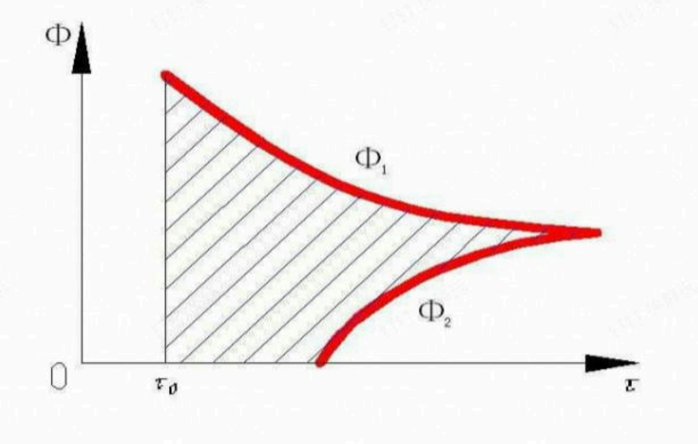
- **分类**
  - 周期性非稳态导热
  - 瞬态非稳态导热
- **温度分布**

时域和场域共同决定

- **不同阶段**
  - 非正规阶段（温度分布主要受初始温度控制）
  - 正规阶段（温度分布主要取决于边界条件及物性）

导热阶段：非正规⟶正规⟶新稳态

- **热量变化**



Φ1——板左侧导入的热流量
Φ2——板右侧导出的热流量

如上述固体导热，经过一段时间后，进出口导热才相等

- **非稳态导热的导热微分方程**

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{\Phi} \tag{36}$$

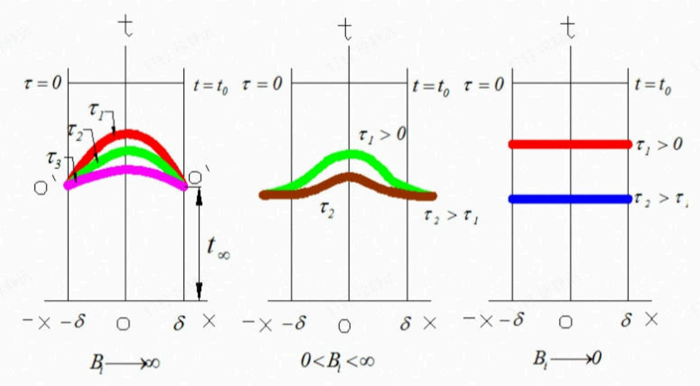
求解方法：

- **分析解法：**
  - 分离变量法
  - 积分变换
  - 拉普拉斯变化
- **近似分析法：**
  - 集总参数法
  - 积分法
- **数值解法：**
  - 有限差分法
  - 蒙特卡洛法
  - 有限元法
  - 分子动力学模拟
- **毕渥数**

$$Bi = \frac{\text{导热热阻}}{\text{对流换热热阻}} = \frac{r_\lambda}{r_h} = \frac{\delta/\lambda}{1/h} = \frac{\delta h}{\lambda} \tag{37}$$

Bi毕渥准则：

$$\begin{cases} Bi \longrightarrow \infty, & \Rightarrow r_\lambda \gg r_{h(\text{忽略对流换热热阻})} \\ Bi \longrightarrow 0, & \Rightarrow r_\lambda \ll r_{h(\text{忽略导热热阻})} \end{cases} \tag{38}$$



Bi 准则对无限大平壁温度分布的影响

3.2 集总参数法简化分析（零维非稳态导热分析）

- 定义：忽略物体内部导热热阻$Bi \longrightarrow 0$，温度分布$T = f(t)$，即**零维**问题

$$hA(T - T_\infty) = -\rho V c \frac{dT}{dt} \tag{39}$$

$$T\Big|_{t=0} = T_0 \tag{40}$$

过余温度表示：

$$\begin{cases} hA\theta = -\rho V c \dfrac{d\theta}{dt} \\ \theta\Big|_{t=0} = \theta_0 \end{cases} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{\theta} &= -\frac{hA}{\rho V c} dt \\ \Rightarrow \ln\frac{\theta}{\theta_0} &= -\frac{hA}{\rho V c} t \\ \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} &= \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = e^{-\frac{hA}{\rho V c} t} \\ \Rightarrow \frac{\theta}{\theta_0} &= e^{-Bi_v Fo_v} = e^{-\frac{t}{\tau_c}} \end{aligned} \tag{42}$$

其中

$$\frac{hA}{\rho V c} t = \frac{hV}{\lambda A} \cdot \frac{\lambda A^2}{V^2 \rho c} t = \frac{h(V/A)}{\lambda} \cdot \frac{at}{(V/A)^2} = Bi_v Fo_v \tag{43}$$

$$Bi_v = \frac{h(V/A)}{\lambda} \tag{44}$$

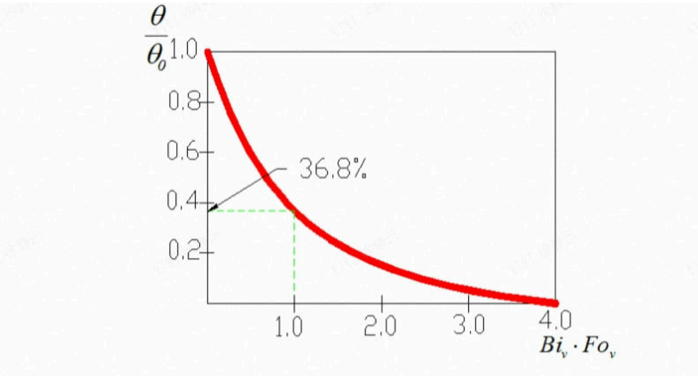
$$Fo_v = \frac{at}{(V/A)^2} \tag{45}$$

傅里叶数Fo_v 定义：

$$Fo = \frac{\text{换热时间}}{\text{边界热扰动扩散到}l^2\text{面积上所需要的时间}} = \frac{t}{l^2/a} \tag{46}$$

描述热扰动传播至物体内部深入情况（即物体各点温度接近周围介质温度的情况）

τ_c**为时间常数**，描述导热的温度变化速度（温度响应）



应用集总参数法时，物体过余温度的变化曲线

- **瞬态热流：**

$$\Phi(t) = hA(T(t) - T_\infty) = hA\theta = hA\theta_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \tag{47}$$

总热量

$$Q_r = \int_0^t \Phi(\tau)d\tau = \rho V c\theta_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_c}}\right) \tag{48}$$

- **集总参数法判据**

$\dfrac{|\theta - \theta_0|}{\theta_0} < 5\% \Longleftrightarrow Bi_v < 0.1M$

对厚为2δ的无限大平板	$M=1$	$\dfrac{V}{A} = \dfrac{A\delta}{A} = \delta$	$B_{iv} = B_i$
对半径为R的无限长圆柱	$M=\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{V}{A} = \dfrac{\pi R^2 \rho}{2\pi R\rho} = \dfrac{R}{2}$	$B_{iv} = \dfrac{B_i}{2}$
对半径为R的球	$M=\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{V}{A} = \dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi R^2} = \dfrac{R}{3}$	$B_{iv} = \dfrac{B_i}{3}$

3.3 一维非稳态导热的分析解

无限大平板半块平壁微分方程：

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial T}{\partial t} = a\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2},\ (0<x<\delta, t>0) \\
I.C.: T\Big|_{t=0} = T_0 \\
B.C.: \begin{cases} \dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \\ -\lambda\dfrac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=\delta} = h(T-T_\infty) \end{cases}
\end{cases}
\tag{49}
$$

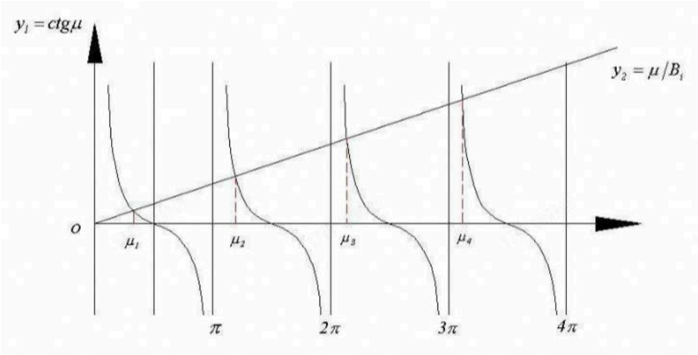
过余温度表示：

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial \theta}{\partial t} = a\dfrac{\partial^2 \theta}{\partial x^2},\ (0<x<\delta, t>0) \\
I.C.: \theta\Big|_{t=0} = \theta_0 \\
B.C.: \begin{cases} \dfrac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=0} = 0 \\ -\lambda\dfrac{\partial \theta}{\partial x}\Big|_{x=\delta} = h\theta \end{cases}
\end{cases}
\tag{50}
$$

分析解：

$$
\begin{gathered}
\frac{\theta(x,t)}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin(\beta_n\delta)\cos(\beta_n x)}{\beta_n\delta+\sin(\beta_n\delta)\cos(\beta_n\delta)}e^{-\beta_n^2 at} \\
\text{令}\mu_n = \beta_n\delta \\
\frac{\theta(x,t)}{\theta_0} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2\sin(\mu_n)}{\mu_n+\sin(\mu_n)\cos(\mu_n)}\cos\left(\mu_n\frac{x}{\delta}\right)e^{-\mu_n^2\frac{at}{\delta^2}} \\
\frac{\theta(x,t)}{\theta_0} = f\left(Bi, Fo, \frac{x}{\delta}\right)
\end{gathered}
\tag{51}
$$

毕渥准则数表示： $\operatorname{ctg}\mu_n = \frac{\mu_n}{h\delta/\lambda} = \frac{\mu_n}{Bi}$



3.3.1 正规状况简化

无限大平板$Fo = \frac{at}{\delta^2}$ $Fo \geq 0.2$，则取解为级数的首项（误差小于 1%）

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta_0} = \frac{2\sin(\mu_1)}{\mu_1 + \sin(\mu_1)\cos(\mu_1)} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) e^{-\mu_1^2 Fo} \tag{52}$$

$$\frac{\theta(x,t)}{\theta(0,t)} = \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) \tag{53}$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{\rho c \int_V [T(x,0) - T(x,t)] dV}{\rho c V (T(x,0) - T(x,\infty))} = 1 - \frac{1}{V} \frac{\int_V T(x,t) - T(x,\infty)}{T(x,0) - T(x,\infty)} = 1 - \frac{\bar{\theta}}{\theta_0} \tag{54}$$

对无限大平板，长圆柱体及球：
$\frac{\theta}{\theta_0}$ 及$\bar{\theta}$ 可用一通式表达

$$\frac{\theta}{\theta_0} = A\,exp(-\mu_1^2 F_0) f(\mu_1 y)$$
$$\bar{\theta} = \theta_0 A\,exp(-\mu_1^2 F_0) B_i$$

此处

无限大平板	$y = x/\delta$	$B_i = h\delta/\lambda$	$F_0 = az/\delta^2$
长圆柱体及球	$y = x/R$	$B_i = hR/\lambda$	$F_0 = az/R^2$

- 拟合公式

$$\mu_1^2 = \left(a + \frac{b}{B_i}\right)^{-1}$$
$$A = a + b(1 - e^{-cBi})$$
$$B = \frac{a + cB_i}{1 + bB_i}$$
$$J_0(x) = a` + b`x + c`x^2 + d`x^3$$

- 线算图法

—— 诺谟图 适用于$Fo > 0.2$及较大Bi（即第一类或第三类边界条件加热冷却过程）

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\theta}{\theta_m} \cdot \frac{\theta_m}{\theta_0} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\theta_m} &= f\left(Bi, \frac{x}{\delta}\right) \\ \frac{\theta_m}{\theta_0} &= f(Fo, Bi) \end{aligned} \tag{56}$$

3.4 二维及三维非稳态导热

3.5 半无限大物体

4 导热问题的数值解法

导热三种基本方法:

- 理论分析法
- **数值计算法**
- 实验法

数值解法:

- 有限差分法（Finite-difference）
- 有限元法（finite-element）
- 边界元法（boundary-element）
- 分子动力学模拟（MD）

4.1 建立节点

4.2 建立离散方程

- Taylor 级数展开

$T_{m+1} = T_m + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!} + ...$

$T_{m-1} = T_m - \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!} - ...$

↓保留前两阶小项

$T_{m+1} + T_{m-1} - 2T_m = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2!}$

$T_{m+1} - T_{m-1} = 2\frac{\partial T}{\partial x}\Delta x$

即可得到一阶导数及二阶导数的离散差分表达式

- 多项式拟合
- 控制容积积分
- **控制容积平衡（热平衡）**

$\Phi_r = \Phi_v + \Phi_i - \Phi_o$

收敛准则 一般采用线性收敛准则

$$|T^{(\mathrm{i+1})} - T^{(\mathrm{i})}| \le \varepsilon \tag{57}$$

5 对流传热

5.1 理论基础

- 定义： 流体流经固体时流体与固体表面之间的热量传递现象（导热+热对流）

- 实例：暖气管道；电子器件冷却；电风扇

5.1.1 特点：

- 导热与热对流同时存在的复杂热传递过程
- 须有流体避免直接接触、温差及宏观运动
- 流体紧贴壁面处存在速度梯度很大的边界层（及温度边界层）

5.1.2 基本计算式：

- 牛顿冷却公式

$$\Phi = hA(T_w - T_\infty) \tag{58}$$

$$\varphi = h(T_w - T_\infty) \tag{59}$$

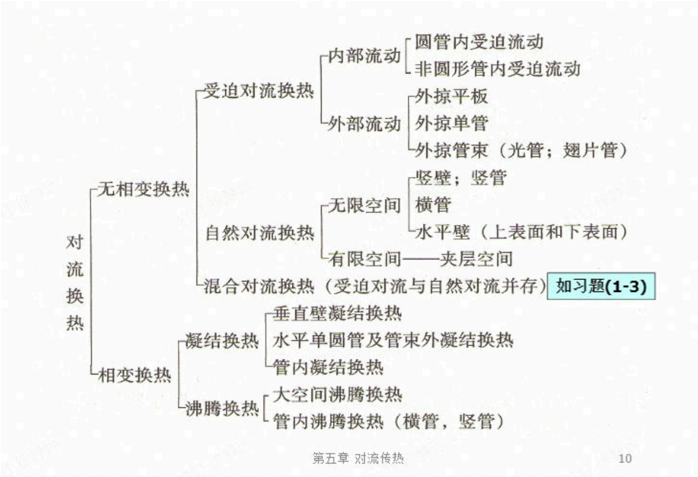
- 表面传热系数

$$h = \frac{\Phi}{A(T_w - T_\infty)} \tag{60}$$

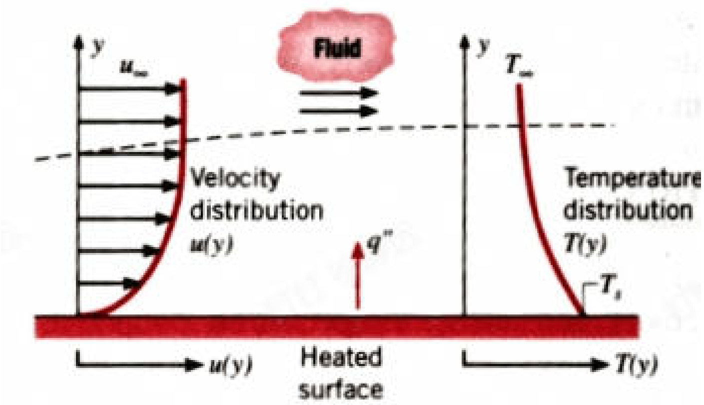
- 研究对流传热方法
  - 分析法
  - 实验法
  - 比拟法
  - 数值法：

5.1.3 对流传热分类及影响因素

- **流动起因：**
  - 自然对流（Natural/Free Convection）：流体因各部分温度不同而引起的密度差异所产生的流动h_n
  - 强迫对流（Forced Convection）：由外力作用所产生的流动h_f
  - $h_f > h_n$
- **流动状态：**
  - 层流（Laminar）：整个流场呈一簇互相平行的流线h_{lami}
  - 湍流（Turbulence）：流体质点做复杂无规则的运动h_{turb}
- **流动有无相变：**
  - 单相换热（Single phase heat transfer）：
  - 相变换热（Phase change heat transfer）：凝结、沸腾、升华、凝固、熔化
- **换热表面的几何因素：**
  - 内部流动：管内或槽内
  - 外部流动：外掠平板、圆管、管束
- **流体的热物理性质：**
  - 热导率λ,$\lambda \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Less interface heat conduction)
  - 密度ρ, $\rho \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Carrying more energy)
  - 比热容c, $c \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Carrying more energy)
  - 动力粘度μ, $\mu \uparrow \Rightarrow h \downarrow$ (Viscosity slowing flowing)
  - 运动粘度ν
  - 体膨胀系数α, $\alpha \uparrow \Rightarrow h \uparrow$ (Enhancing Natural Convection)



5.1.4 微分方程式：



- 流体紧贴壁面层速度为零，只存在导热

$$q_{w,x} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \tag{61}$$

- 对流表面传热系数：

$$h_x = -\frac{\lambda}{T_w - T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \tag{62}$$

$\lambda \Leftarrow$ 热物性

$T_w - T_\infty \Leftarrow$ 温差

$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{w,x} \Leftarrow$ 温度场 $\Leftarrow$ 流场

5.2 数学描述

5.2.1 连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{V}) = 0 \tag{63}$$

稳态定常无压缩：

$$\nabla \cdot \boldsymbol{V} = 0 \tag{64}$$

5.2.2 动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \boldsymbol{V}) + \boldsymbol{V} \cdot \nabla(\rho \boldsymbol{V}) = \rho \boldsymbol{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{V} + \frac{1}{3}\mu \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{V}) \tag{65}$$

定常无压缩无扩散粘度：

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \boldsymbol{V} \cdot \nabla \boldsymbol{V}\right) = \rho \boldsymbol{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \boldsymbol{V} \tag{66}$$

稳态流动：

$$\frac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} = 0 \tag{67}$$

仅重力场：

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{g} \tag{68}$$

5.2.3 能量守恒方程：

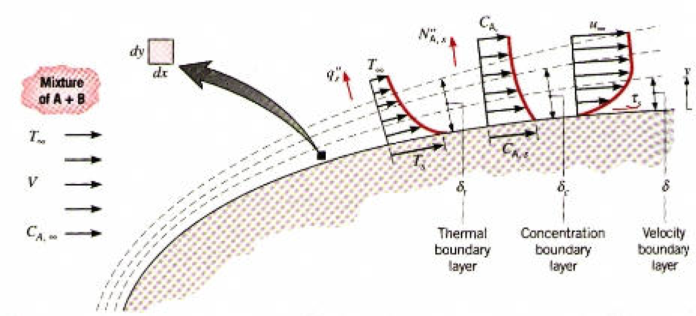
定常条件下不考虑耗散、无热源：

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{V} \cdot \nabla T = a \nabla^2 T \tag{69}$$

5.2.4 经典方程组（定常、无内热源、不可压缩牛顿流体）

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{V} = 0 \\ \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{V}}{\partial t} + \boldsymbol{V} \cdot \nabla \boldsymbol{V} = \boldsymbol{f} - \dfrac{1}{\rho}\nabla p + \nu \nabla^2 \boldsymbol{V} \\ \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{V} \cdot \nabla T = a \nabla^2 T \end{cases} \tag{70}$$

5.3 边界层型对流传热问题数学描述



5.3.1 边界层分类

- **流动边界层：**由于粘性作用，流体流速在靠近壁面处随离壁面的距离的缩短而逐渐降低；在贴壁处被滞止，处于无滑移状态
- **热边界层：** 当壁面与流体间有温差时，会产生温度梯度很大的温度边界层

5.3.2 流动边界层：

- 边界层区：粘性主导作用，使用 **N-S 方程描述**
- 主流区：速度梯度为 0，可视为无粘理想流体，使用**欧拉方程描述**

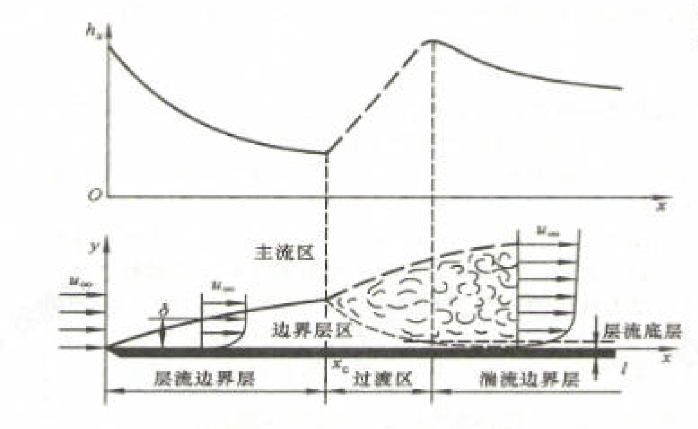


图 12: 外掠平板流动边界层形成

湍流边界层：

- 粘性底层（层流底层）：粘性力绝对主导，保持层流特征，具有最大速度梯度

5.3.3 热边界层：

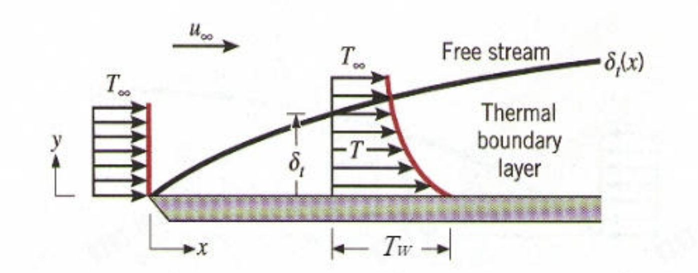
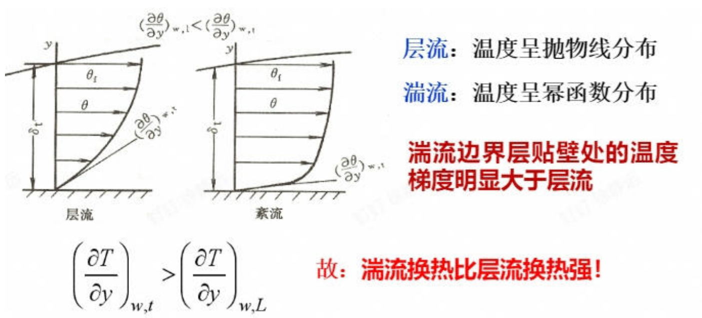


图 13: 平板热边界层



流动边界层与热边界层的关系

$$\frac{\delta_t}{\delta} \approx Pr^{-\frac{1}{3}}(\text{Laminar,}0.6 \le Pr \le 50) \tag{71}$$

5.3.4 边界层换热微分方程组

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}=0\\[2ex]
u\dfrac{\partial u}{\partial x}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x}+\nu\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\\[2ex]
u\dfrac{\partial T}{\partial x}+v\dfrac{\partial T}{\partial y}=a\dfrac{\partial^2 T}{\partial y^2}
\end{cases}
\tag{72}
$$

其中

$$
-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=u_\infty\frac{\partial u_\infty}{\partial x}=0\left(\text{if }\frac{\partial u_\infty}{\partial x}=0\right)
\tag{73}
$$

5.4 流体外掠平板传热层流分析解及类比法

- 边界条件

$$
\begin{cases}
y=0: & u=0\ v=0\ T=T_w\\
y=\delta: & u=u_\infty\ v=v_\delta\ T=T_\infty
\end{cases}
\tag{74}
$$

求解可得:

- **努塞尔数（Nusselt Number）**

$$
\begin{gathered}
h_x=0.332\frac{\lambda}{x}\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{\frac{1}{3}}\\
\Rightarrow\frac{h_x x}{\lambda}=0.332\left(\frac{u_\infty x}{\nu}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{\nu}{a}\right)^{\frac{1}{3}}=0.332\mathrm{Re}_x^{\frac{1}{2}}\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}==\mathrm{Nu}_x
\end{gathered}
\tag{75}
$$

即

$$
\mathrm{Nu}_x=\frac{h_x x}{\lambda}
\tag{76}
$$

- **普朗特数（Prandtl Number）**

$$
\mathrm{Pr}=\frac{\nu}{a}
\tag{77}
$$

物理意义：粘性系数与热扩散系数的比值⇒反映了流动边界层厚度与热边界层厚度的比值

5.4.1 类比法

湍流运动中由于脉动产生**附加切应力（湍流切应力）**与**热量传递（湍流热流密度）**，具有内在联系：

$$
\begin{gathered}
\tau=\tau_l+\tau_t=\rho(\nu+\nu_t)\frac{\partial u}{\partial y}\\
q=q_l+q_t=-\rho c_p(a+a_t)\frac{\partial T}{\partial y}
\end{gathered}
\tag{78}
$$

ν_t、a_t分别为**湍流动量扩散率（湍流黏度）**与**湍流热扩散率**

动量与能量方程:

5.4.2 微分形式

$$
\begin{gathered}
u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\\
u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=(a+a_t)\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\\
\begin{cases} y=0: & u=0\ v=0\ T=T_w\\ y=\delta: & u=u_\infty\ v=v_\delta\ T=T_\infty\end{cases}
\end{gathered}
\tag{79}
$$

无量纲化：

$$
\begin{gathered}
U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=\frac{1}{u_\infty l}(\nu+\nu_t)\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\\
U\frac{\partial \Theta}{\partial X}+V\frac{\partial \Theta}{\partial Y}=\frac{1}{u_\infty l}(a+a_t)\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\\
\begin{cases} Y=0: & U=0\ V=0\ \Theta=0\\ Y=\frac{\delta}{l}: & U=1\ V=\frac{v_\delta}{u_\infty}\ \Theta=1\end{cases}
\end{gathered}
\tag{80}
$$

若$\mathrm{Pr}=1$则有

$$
\begin{gathered}
\left.\frac{\partial U}{\partial Y}\right|_{Y=0}=\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}\frac{l}{u_\infty}=\tau_w\frac{l}{\mu u_\infty}=\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2}\frac{\mathrm{Re}}{2}=c_f\frac{\mathrm{Re}}{2}\\
\left.\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right|_{Y=0}=\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}\frac{l}{T_\infty-T_w}=q_w\frac{l}{\lambda(T_w-T_\infty)}=\mathrm{Nu}\\
c_f\frac{\mathrm{Re}}{2}=\mathrm{Nu}
\end{gathered}
\tag{81}
$$

$$
\begin{cases}
\mathrm{Pr}=1,\mathrm{Re}_x\le 10^7: & \begin{cases} c_f=0.0592\mathrm{Re}_x^{-\frac{1}{5}}\\ \\ \mathrm{Nu}_x=0.0296\mathrm{Re}_x^{\frac{4}{5}}\end{cases}\\
0.6<\mathrm{Pr}<60: & \dfrac{c_f}{2}=\dfrac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{RePr}^{\frac{1}{3}}}=\mathrm{StPr}^{\frac{2}{3}}=j
\end{cases}
\tag{82}
$$

- 斯坦顿数

$$
\mathrm{St}=\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{RePr}}
\tag{83}
$$

- j 因子

5.4.3 积分形式

$$
\mathrm{Pr}=1
\tag{84}
$$

$$
\begin{aligned}
\tau_w=\nu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}&=\nu\left.\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y}\right|_{y=\delta}-\int_0^\delta\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y\\
&=-\int_0^\delta\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y
\end{aligned}
\tag{85}
$$

$$v_\delta = -\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y \tag{86}$$

$$u_\infty v_\delta = -u_\infty \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \int_0^\delta \left(u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y = \int_0^\delta \left(-u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right)\mathrm{d}y \tag{87}$$

$$\tau_w = \int_0^\delta (u_\infty - 2u)\frac{\partial u}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \int_0^\delta (u_\infty - u)\frac{\partial u}{\partial x} + u\frac{\partial(u_\infty - u)}{\partial x}\,\mathrm{d}y = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,\mathrm{d}y \tag{88}$$

$$\begin{cases} \tau_w = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_0^\delta (u_\infty - u)u\,\mathrm{d}y \\ q_w = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\displaystyle\int_0^{\delta_t} (T_\infty - T)u\,\mathrm{d}y \end{cases} \tag{89}$$

5.5 量纲分析

https://en.wikipedia.org/wiki/Dimensionless_numbers_in_fluid_mechanics

6 强制对流与自然对流

6.1 对流换热的物理机制

$$\begin{gathered} \underbrace{\rho c_p \boldsymbol{V}\cdot\nabla T}_{\text{Source}} = k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Longrightarrow \\ \int_0^{\delta_t} \rho c_p \boldsymbol{V}\cdot\nabla T\,\mathrm{d}y = -k\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_w \Longrightarrow \\ \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}\int_0^1 \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta\,\mathrm{d}Y = \mathrm{Nu}_x \end{gathered} \tag{90}$$

6.1.1 努塞尔数及强化传热的途径

$$\mathrm{Nu}_x = \mathrm{Re}_x\,\mathrm{Pr}\int_0^1 \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta\,\mathrm{d}Y \tag{91}$$

$$\mathrm{Nu}_x \uparrow \Longleftarrow \begin{cases} \mathrm{Re}_x \uparrow, \quad \mathrm{Pr} \uparrow \\ \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta(\text{夹角, 饱满度}) \uparrow \end{cases} \tag{92}$$

- 纯导热

$$\begin{gathered} \boldsymbol{U}\cdot\nabla\Theta = 0\ (\text{速度方向与等温线平行}) \\ \mathrm{Nu} = 1 \end{gathered} \tag{93}$$

- 对流占优

$$\boldsymbol{U} \cdot \nabla \Theta = |\boldsymbol{U}||\nabla \Theta| \ (\text{速度方向与等温线垂直})$$

$$\mathrm{Nu} = \frac{\mathrm{Re\,Pr}}{1-e^{-\mathrm{Re\,Pr}}} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Nu} \sim \mathrm{Re\,Pr}, & \mathrm{Re\,Pr} > 3 \\ \mathrm{Nu} < 1, & 0 < \mathrm{Re\,Pr} < 3 \\ \mathrm{Nu} \to 0, & \mathrm{Re\,Pr} \to 0 \end{cases} \tag{94}$$

可能优于纯导热，也可能弱于纯导热

6.1.2 场协同理论

$$\mathrm{Nu}_x = \mathrm{Re}_x\ \mathrm{Pr} \int_0^1 \boldsymbol{U} \cdot \nabla \Theta \,\mathrm{d}Y \tag{95}$$

- 两个矢量场：

$\boldsymbol{U}, \nabla \Theta$

- 三个标量场：

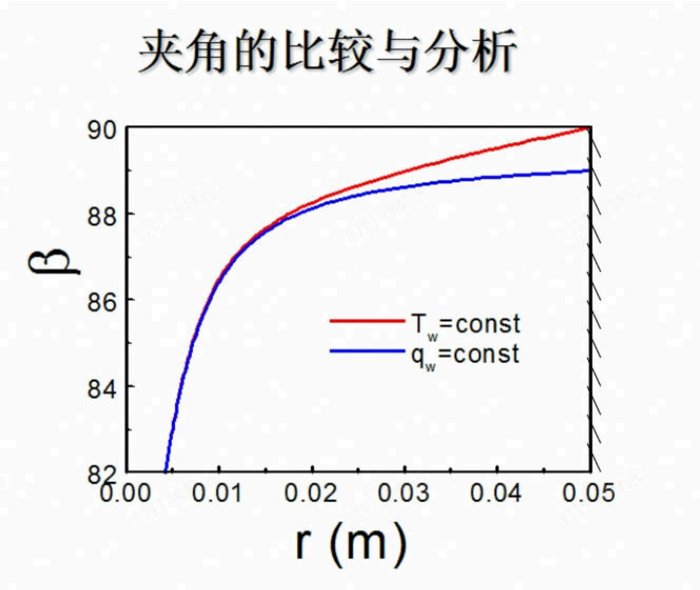
$|\boldsymbol{U}|, |\nabla \Theta|, \cos < \boldsymbol{U}, \nabla \Theta > (\text{or } \cos \beta)$

- **场协同数：**

$$\mathrm{Fc} = \frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re\,Pr}} = \frac{h}{\rho U_\infty c}(\text{实际换热量与流动理想换热量比值}) \tag{96}$$

$\mathrm{Fc} \longrightarrow 1 \iff$ 完全协同

反映流场与温度场的协同程度



6.2 强制对流

6.2.1 内部强制对流

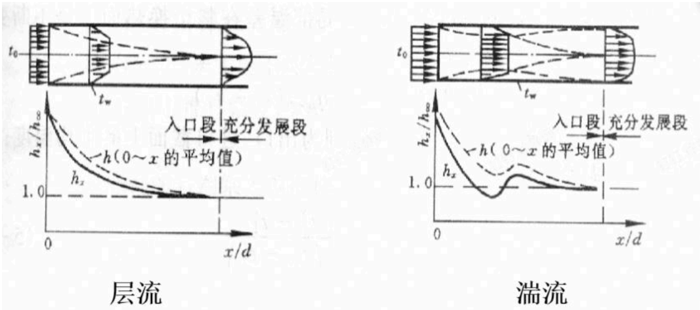
管内入口段：

- 层流：

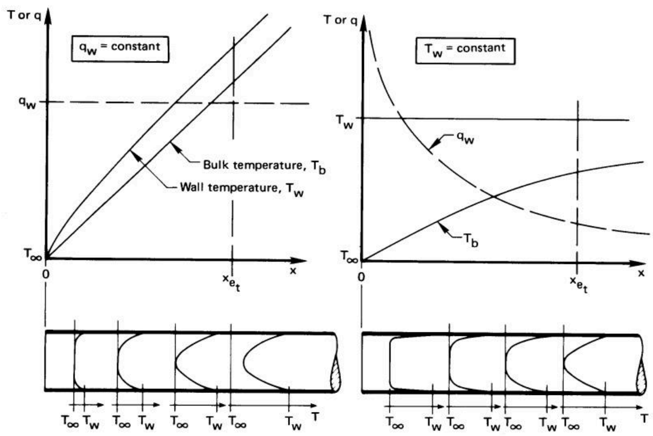
$$\frac{l}{d} \approx \frac{l_t}{d} \approx 0.05\ \mathrm{Re\,Pr} \tag{97}$$

- 湍流

$$\frac{l}{d} \approx \frac{l_t}{d} \approx 60 \tag{98}$$



热边界条件
- 层流：除液态金属外，两种条件差别可忽略
- 湍流：两种边界条件下传热系数差异明显



特征值：
- 特征速度：截面平均温度
- 特征温度：截面平均温度：$T_f = \frac{\int c_p \rho T u \,\mathrm{d}A}{\int c_p \rho u \,\mathrm{d}A}$
- 平均温差
  - 恒热流：$\Delta T_m = T_w - T_f$
  - 恒壁温：$h_m A \Delta T_m = q_m c_p \left(T_{f,o} - T_{f,i}\right) \Rightarrow \Delta T_m = \frac{T_{f,o} - T_{f,i}}{\ln\left(\frac{T_w - T_{f,i}}{T_w - T_{f,o}}\right)}$

6.2.2 管内湍流传热实验关联式

- **Dittus-Boelter 公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f = 10^4 \sim 1.2 \times 10^5, \mathrm{Pr}_f = 0.7 \sim 120, \frac{l}{d} \geq 60 \tag{99}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 0.023 \mathrm{Re}_f^{0.8} \mathrm{Pr}_f^n \begin{cases} n = 0.4, & \text{heating} \\ n = 0.3, & \text{cooling} \end{cases} \tag{100}$$

- 修正公式

$$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^n c_t \begin{cases} c_t = \begin{cases} \left(\frac{T_f}{T_w}\right)^{0.5}, & \text{heating} \\ c_t{=}1, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Gas} \\ c_t = \left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^m \begin{cases} m{=}0.11, & \text{heating} \\ m{=}0.25, & \text{cooling} \end{cases}, & \text{Liquid} \end{cases} \tag{101}$$

- **Sieder-Tate 公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f \geq 10^4, \mathrm{Pr}_f = 0.7 \sim 16700, \frac{l}{d} \geq 60 \tag{102}$$

$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^n\left(\frac{\mu_f}{\mu_w}\right)^{0.14}$

- **米海耶夫公式**

实验验证范围：

$$\mathrm{Re}_f = 10^4 \sim 1.75 \times 10^6, \mathrm{Pr}_f = 0.6 \sim 700, \frac{l}{d} \geq 50 \tag{103}$$

$\mathrm{Nu}_f = 0.023\mathrm{Re}_f^{0.8}\mathrm{Pr}_f^{0.43}\left(\frac{\mathrm{Pr}_f}{\mathrm{Pr}_w}\right)^{0.25}$

- **其他修正：**
  - 当量直径：

$$d_e = \frac{4A_c}{P} \tag{104}$$

  - 入口段修正系数：

$$c_l = 1 + \left(\frac{d}{l}\right)^{0.7} \tag{105}$$

  - 螺线管修正系数：

$$c_r = \begin{cases} 1 + 10.3\left(\frac{d}{R}\right)^3, & \text{Liquid} \\ 1 + 1.77\frac{d}{R}, & \text{Gas} \end{cases} \tag{106}$$

若$\mathrm{Pr} \ll 0.6$由光滑圆管内充分发展**湍流传热准则式：**

- 均匀热流边界：

$$\text{实验验证范围：}\mathrm{Re}_f = 3.6 \times 10^3 \sim 9.05 \times 10^5, \mathrm{Pe}_f = 10^2 \sim 10^4 \tag{107}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 4.82 + 0.0185\mathrm{Pe}_f^{0.827} \tag{108}$$

- 均匀壁温边界：

$$\text{实验验证范围：}\mathrm{Pe}_f > 100 \tag{109}$$

$$\mathrm{Nu}_f = 5.0 + .025\mathrm{Pe}_f^{0.8} \tag{110}$$

6.2.3 外部强制对流传热实验关联式

- **横掠单管**
  - **圆管：**

$$\mathrm{Nu} = CRe^{n}Pr^{\frac{1}{3}} \tag{111}$$

  - **非圆管：**也可用上述形式，但C，n的值需改变
- **外掠球**

$$\mathrm{Nu} = 2 + \left(0.4\Re^{\frac{1}{2}} + 0.06Re^{\frac{2}{3}}\right)Pr^{0.4}\left(\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{w}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{112}$$

- **横掠管束**

$$\mathrm{Nu} = \varepsilon_{n}CRe^{n}Pr^{0.36}\left(\frac{Pr_{f}}{Pr_{w}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{113}$$

6.2.4 射流冲击传热实验关联式

6.3 自然对流

- Govern equation

$$\begin{gathered} u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\ u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{g}{\rho}(\rho_{\infty} - \rho) + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Rightarrow \\ u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = g\beta\theta + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{gathered} \tag{114}$$

无量纲形式：

$$\begin{gathered} \frac{u_{\infty}l}{\nu}\left(U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = \frac{g\beta\Delta Tl^2}{\nu u_{\infty}}\Theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \Longrightarrow \\ U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2}\Theta + \frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \end{gathered} \tag{115}$$

- Grashof number

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta\Delta Tl^3}{\nu^2} \tag{116}$$

表征浮升力与粘性力的比值

自然对流传热准则方程：

$$\mathrm{Nu} = f(\mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}) \tag{117}$$

6.3.1 大空间自然对流传热实验关联式

$$\mathrm{Nu} = C(\mathrm{Gr\ Pr})^{n} \tag{118}$$

常热流边界：

$$\mathrm{Nu} = B(\mathrm{GrNu\ Pr})^{m} \tag{119}$$

6.3.2 有限空间自然对流传热实验关联式

$$\mathrm{Nu} = C(\mathrm{Gr}_\delta\ \mathrm{Pr})^n \left(\frac{H}{\delta}\right)^m \tag{120}$$

6.4 混合对流

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2} \geq 0 \Rightarrow \text{自然对流影响不能忽略} \\ \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2} \geq 1 \Rightarrow \text{强制对流相比自然对流可忽略} \end{cases} \tag{121}$$

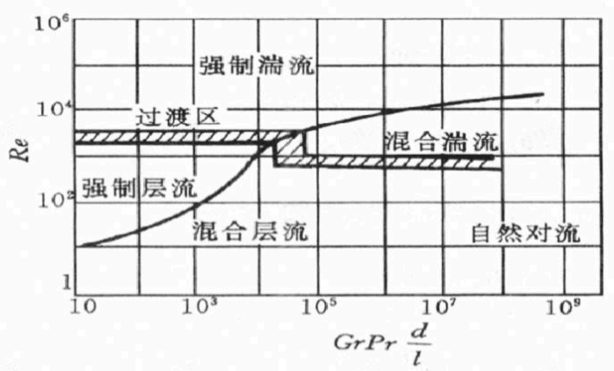


图 5-32　横管内强制、自然、混合流动区的划分

估算关联式：

$$\mathrm{Nu}_M^n = \mathrm{Nu}_F^n \pm \mathrm{Nu}_N^n \tag{122}$$

两种流动方向相同时取正号，相反时取负号。n 之值常取为 3。

7 相变传热

7.1 凝结传热

7.1.1 珠状凝结

- **Young's equation**

$$\sigma_{sg} - \sigma_{sl} = \sigma_{lg} \cos\theta \tag{123}$$

θ为接触角（气液相切与固体面的夹角）$\begin{cases}\theta<90° \text{ 亲水表面} \\ \theta>90° \text{ 疏水表面}\end{cases}$

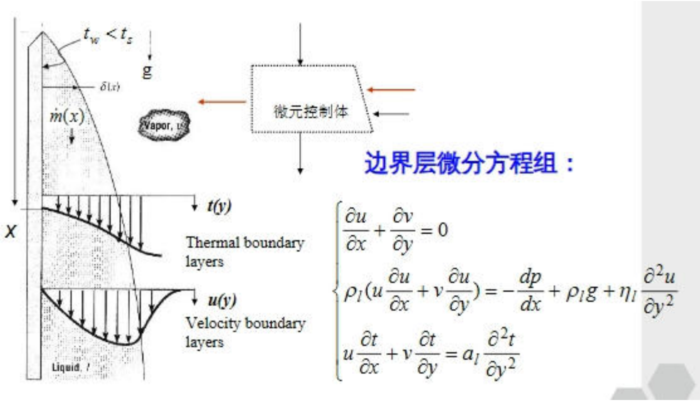
气液两界面压差：

$$\Delta p = 2\frac{\sigma_{\mathrm{lg}}}{R} \tag{124}$$

7.1.2 膜状凝结

- **Nusselt 膜状凝结理论**
  - 常物性
  - 主流蒸气静止，无对液膜的粘滞应力
  - 液膜惯性力可忽略
  - 气液界面无温差
  - 膜内温度分布线性（膜内无对流）
  - 液膜过冷度可忽略

- 气体密度相对液体可忽略不计
- 液膜表面平整无波动



- 控制方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$
$$\mu_l\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\rho_l g=0 \tag{125}$$
$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$$

- 边界条件：

$$y=0\Longrightarrow u=0,T=T_w$$
$$y=\delta\Longrightarrow\frac{\partial u}{\partial y}=0,T=T_s \tag{126}$$

解得：

$$u=\frac{\rho_l g}{\mu_l}\left(\delta y-\frac{1}{2}y^2\right)$$
$$T=T_w+(T_s-T_w)\frac{y}{\delta} \tag{127}$$

单位截面单位时间潜热守恒：

$$\mathrm{d}q_m r=r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\int_0^\delta \rho_l u\,\mathrm{d}y=r\left[\frac{g\rho_l^2\delta^2\,\mathrm{d}\delta}{\mu_l}\right]=\lambda_l\frac{T_s-T_w}{\delta}\,\mathrm{d}x \tag{128}$$

- **竖壁膜状凝结**

$$h_V=0.943\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l L(T_s-T_w)}\right]^{1/4} \tag{129}$$

修正后：

$$h_V = 1.13\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l L(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{130}$$

- **水平管外膜状凝结**

$$h_H = 0.729\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{131}$$

- **球表面**

$$h_S = 0.826\left[\frac{gr\rho_l^2\lambda_l^3}{\mu_l d(T_s - T_w)}\right]^{1/4} \tag{132}$$

水平管与竖壁(管)传热系数比:

$$\frac{h_H}{h_V} = 0.77\left(\frac{L}{d}\right)^{1/4} \tag{133}$$

倾斜壁面则用$g\sin\varphi$代替g

- **湍流膜状凝结**

液膜特征雷诺数:

$$Re = \frac{d_e\rho\bar{u}_l}{\mu} = \frac{\frac{4A}{P}q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta q_{m,l}}{\mu} = \frac{4\delta h(T_s - T_w)L}{\mu r} \tag{134}$$

水平管:

$$Re = \frac{4\delta h(T_s - T_w)\pi R}{\mu r} \tag{135}$$

整个壁面的平均表面传热系数:

$$\bar{h} = h_{lam}\frac{x_c}{l} + h_{turb}\left(1 - \frac{x_c}{l}\right) \tag{136}$$

整理得:

$$Nu = Ga^{1/3}\frac{Re}{58Pr_s^{-1/2}\left(\frac{Pr_w}{Pr_s}\right)^{1/4}(Re^{3/4} - 253) + 9200} \tag{137}$$

7.1.3 膜状凝结影响

- **不凝结气体**：分压增大冷凝的压阻（抑制扩散传质）
- **管排数**：凝结液滴落碰撞与飞溅造成影响
- **蒸气流速**：高速蒸气会有粘滞应力，导致液膜拉薄（$h\uparrow$）或增厚（$h\downarrow$）
- **蒸气过热度**：潜热改用过热蒸气与饱和液焓差即可
- **液膜过冷度及温度分布非线性**：

$$r' = r + 0.68c_p(T_s - T_w) = r(1 + 0.68Ja) \tag{138}$$

$$Ja = \frac{c_p(T_s - T_w)}{r} \tag{139}$$

Jakob 数, 衡量液膜过冷度大小(显热与潜热之比).

7.1.4 膜状凝结传热强化

- 管内强制对流冷凝传热

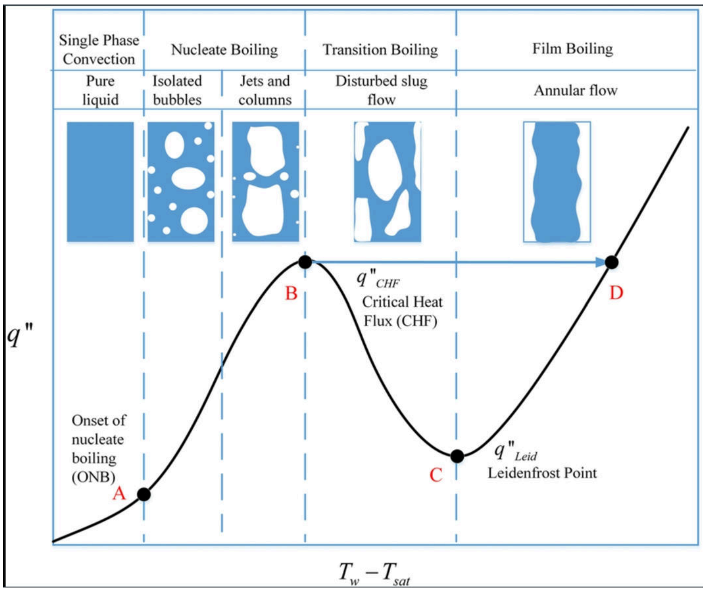
蒸气流速较大时，形成环状流动（annular flow）

- 膜状凝结强化技术：
  - **减薄液膜：** 锯齿管、肋管（表面张力降低肋峰处厚度）
  - **及时排液：** 排液圈、泄流板

7.2 沸腾传热

7.2.1 池沸腾（大容器沸腾）

- **沸腾曲线——沸腾传热的基本模式**

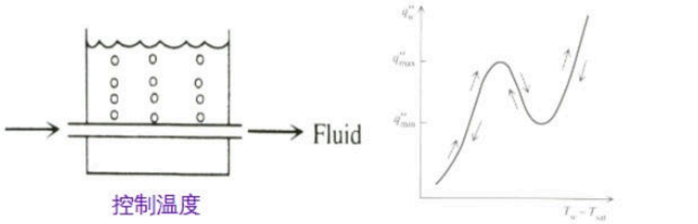


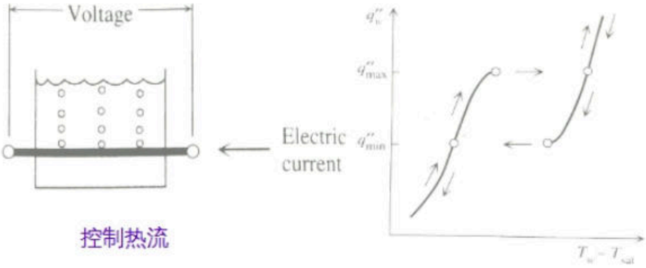
壁面过热度

$$\Delta T = T_w - T_s \tag{140}$$

- **自然对流区** $\Delta T < 4°C$
  - 过热液体对流至自由液面后蒸发
- **核态沸腾区**
  - **孤立气泡区**
    - 气泡彼此互不干扰,对液体扰动大,换热强
  - **气柱区**
    - 扰动更强,热流密度上升,直至达到**临界热流密度**
    - **DNB** 点:沸腾危机点
- **过度沸腾区**
  - 气泡迅速形成以至形成气膜,导热系数降低
  - **Leidenfrost 点**
- **膜态沸腾区**

- 气泡形成稳定气膜,此后过热蒸汽传热,热流密度增加(对流和辐射均增加)





7.2.2 （管内）强制对流沸腾

表 1: 竖直管内强制对流沸腾传热流动换热情况

流动类型	换热类型
单相水	单相对流换热
泡状流	过冷沸腾
块状流	液膜对流沸腾
环状流	湿蒸气换热
单相流	过热蒸气换热

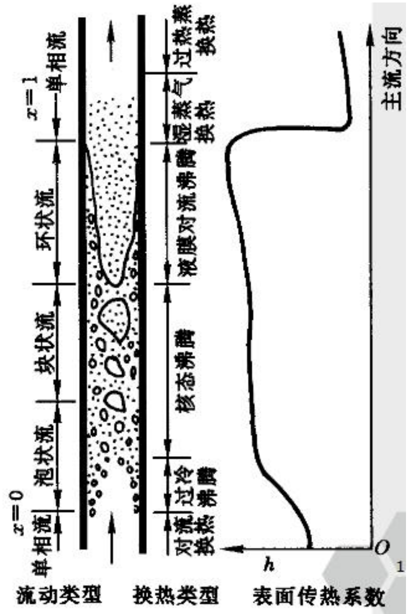
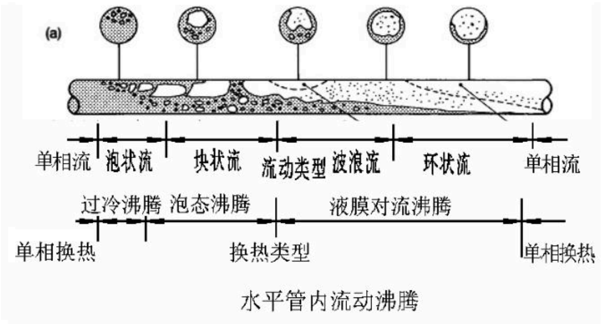
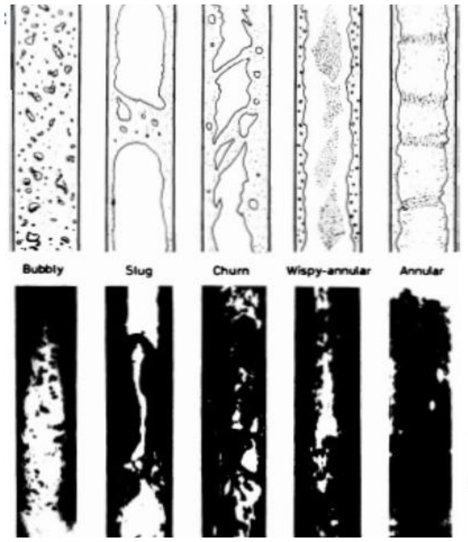


表 2: 竖直管/水平管内强制对流沸腾传热流动分类

竖直管	泡状流	弹状流	浪状流	雾-环状流	环状流	
水平管	泡状流	塞状流	分层流	波状流	弹状流	环状流

➢ 水平管内强制对流沸腾：





7.2.3 沸腾换热机理(气泡动力学)

一般认为粗糙表面微细凹缝或裂穴可能成为汽化核心

- **气泡生成必要条件**:
  - 加热壁面需有汽化核心

$$\pi R^2(p_v - p_l) = 2\pi R\sigma$$
$$R = \frac{2\sigma}{p_v - p_l} > 0 \tag{141}$$
$$p_v > p_l \approx p_s$$

  - 液体需过热

$$T_l = T_v > T_s \tag{142}$$

- **气泡存在条件**:

气泡半径需满足**克拉伯龙方程**

$$R \geq R_{\min} = \frac{2\sigma T_s}{r\rho_v(T_w - T_s)} \tag{143}$$

7.2.4 沸腾换热计算

池沸腾(核态沸腾)

- **米海耶夫公式**

对水:

$$h = 0.1224\Delta T^{2.33}p^{0.5} = 0.5335q^{0.7}p^{0.15} \tag{144}$$

- **Rohsenow 公式**

$$\frac{c_{p,l}\Delta T}{r} = C_{w,l}\left[\frac{q}{\mu_l r}\sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}}\right]^{1/3} Pr_l^s$$
$$Ja = C_{w,l}Re^{1/3}Pr_l^s \tag{145}$$

$C_{w,l}$为取决于加热表面——液体组合的经验常数

对水:$s=1$,其他液体:$s=1.7$

- **Cooper 公式**

$$
\begin{gathered}
h=Cq^{0.67}M_r^{-0.5}p_r^m(-\lg p_r)^{-0.55} \\
C=90\ \left[W^{0.33}/(m^{0.66}\cdot K)\right] \\
m=0.12-0.21\lg\{R_p[\mu m]\}
\end{gathered}
\tag{146}
$$

M_r相对分子质量,R_p表面粗糙度(单位μm)

- **临界热流密度(CHF)**

Taylor 气膜不稳定性原理:

$$
q_{\max}=\frac{\pi}{24}r\rho_v\left[\frac{\sigma g(\rho_l-\rho_v)}{\rho_v^2}\right]^{1/4}\left(\frac{\rho_l}{\rho_l+\rho_v}\right)^{1/2} \tag{147}
$$

推荐公式(实际压力偏离临界压力较远时)

$$
q_{\max}=0.149r\rho_v^{0.5}[\sigma g(\rho_l-\rho_v)]^{0.25} \tag{148}
$$

考虑接触角:

$$
\begin{gathered}
q_{\max}=C(\theta,\varphi)r\rho_v^{0.5}[\sigma g(\rho_l-\rho_v)]^{0.25} \\
C(\theta,\varphi)=\frac{1+\cos\theta}{16}\left[\frac{2}{\pi}+\frac{\pi}{4}(1+\cos\theta)\cos\varphi\right]^{0.5}
\end{gathered}
\tag{149}
$$

膜态沸腾

- **横管膜态沸腾**(类比膜状凝结)

$$
h=0.62\left[\frac{gr\rho_v(\rho_l-\rho_v)\lambda_v^3}{\mu_v d(T_w-T_s)}\right]^{0.25} \tag{150}
$$

定性温度$T_m=\frac{T_w+T_s}{2}$决定蒸气热物性

- **球面膜态沸腾**

$$
h=0.67\left[\frac{gr\rho_v(\rho_l-\rho_v)\lambda_v^3}{\mu_v d(T_w-T_s)}\right]^{0.25} \tag{151}
$$

- **考虑辐射换热**

$$
h^{\frac{4}{3}}=h_c^{\frac{4}{3}}+h_r^{\frac{4}{3}} \tag{152}
$$

7.2.5 沸腾传热的影响因素

- **不凝结气体**: 溶解的不凝结气体逸出可促进壁面凹坑活化,相同过热度下增强换热
- **过冷度**: 核态沸腾起始区域:$h\sim(T_w-T_f)^{\frac{1}{4}}$,相比饱和液换热会更强
- **重力加速度**: 影响自然对流
- **沸腾表面结构**: 微小凹坑易产生汽化核心
- **液位高度**: 液位降低到一定值时,表面传热系数随液位降低而升高(水常压下的临界液位约为5mm)
- **管束**: 气泡上升扰动上端管道沸腾

7.2.6 沸腾换热强化

- 液体: 加入表面活性剂⟶降低表面张力,使气泡更易产生;**纳米流体(微尺度沸腾传热)**
- 加热面改造:腐蚀表面获取更多汽化核心点
- 降膜蒸发
- 热管

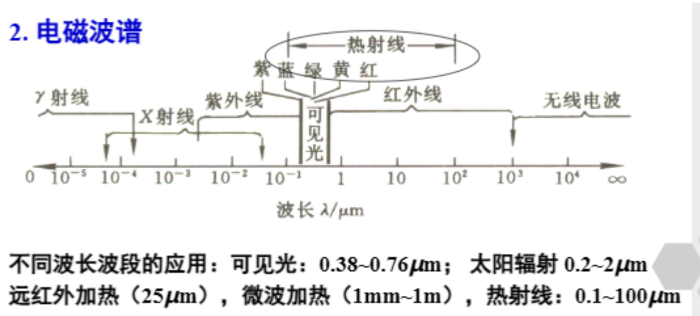
8 辐射传热

8.1 基本概念

- 定义:

由热运动产生的表现为电磁波形式的能量

- 特点:
  - 高于 0 K 的任何物体均会向空间发出辐射
  - 无需介质
  - 伴随电磁能-热能转变
  - 强烈方向性
  - 辐射能量~波长、温度
  - 发射辐射满足四次方定律



- **物体表面对电磁波的作用**

$$Q = Q_\alpha + Q_\rho + Q_\tau \Longrightarrow \frac{Q_\alpha}{Q} + \frac{Q_\rho}{Q} + \frac{Q_\tau}{Q} = 1 \tag{153}$$

$$\alpha + \rho + \tau \tag{154}$$

- **吸收比（absorbivity）**：α
- **反射比（reflectivity）**:ρ
- **透射比（transmissivity）**：τ

金属/大多数固体和液体：一般$\tau = 0, \alpha + \rho = 1$ 不含颗粒气体：$\rho = 0, \alpha + \tau = 1$ 黑体：$\alpha = 1$ 镜体或白体：$\rho = 1$ 透明体：$\tau = 1$

- 固体反射分类（取决于粗糙程度）
  - 镜反射
  - 漫反射
- 黑体模型——能吸收到投入其面上的所有热辐射能($\alpha = 1$)的理想模型

8.2 黑体辐射基本定律

- **辐射力 E**

单位时间内，物体单位表面积向半球空间发射的所有波长的能量总和

- **光谱辐射力E_λ**

单位时间内，单位波长范围内，物体的单位表面积向半球空间发射的能量

$$E=\int_0^\infty E_\lambda\,\mathrm{d}\lambda \tag{155}$$

- **黑体辐射力E_b**
- **黑体光谱辐射力$E_{b\lambda}$**
- **投入辐射G**

单位时间内投射到表面的单位体积上的总辐射能

- **有效辐射J**

单位时间内离开表面的单位面积上的总辐射能(W·m^{-2})：包括物体表面自身辐射力与其对投入辐射力的反射部分(e+r)

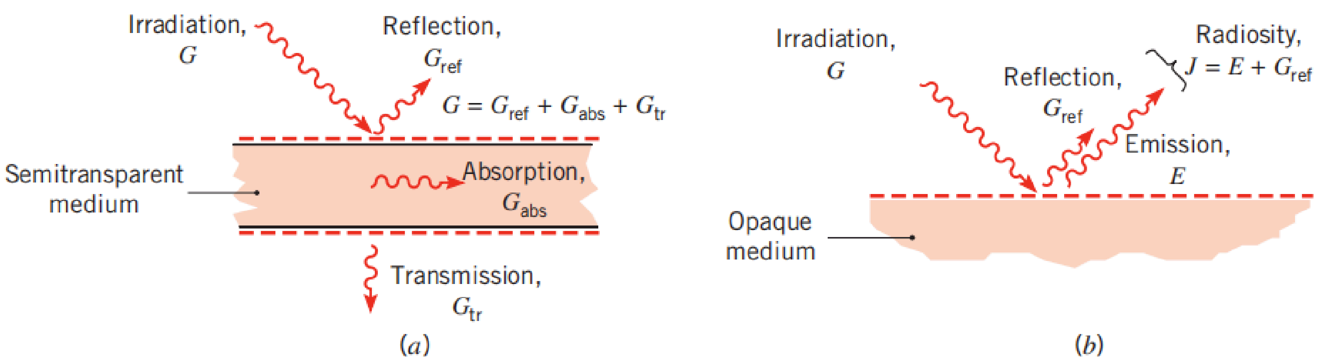
$$J=E+\rho G \tag{156}$$

- **净辐射换热量q**

$$q=J-G \tag{157}$$

对于不透明介固体：

$$q=E-\alpha G \tag{158}$$



- **Stefan-Boltzmann 定律（适用于远场辐射）**

$$E_b=\sigma T^4=C_0\left(\left(\frac{T}{100}\right)^4\right) \tag{159}$$
$$\sigma=5.67\times10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2\cdot}K^4),\quad C_0=5.67\ \mathrm{W/(m^2\cdot}K^4)$$

Stefan-Boltzmann 常数σ，黑体辐射系数C_0

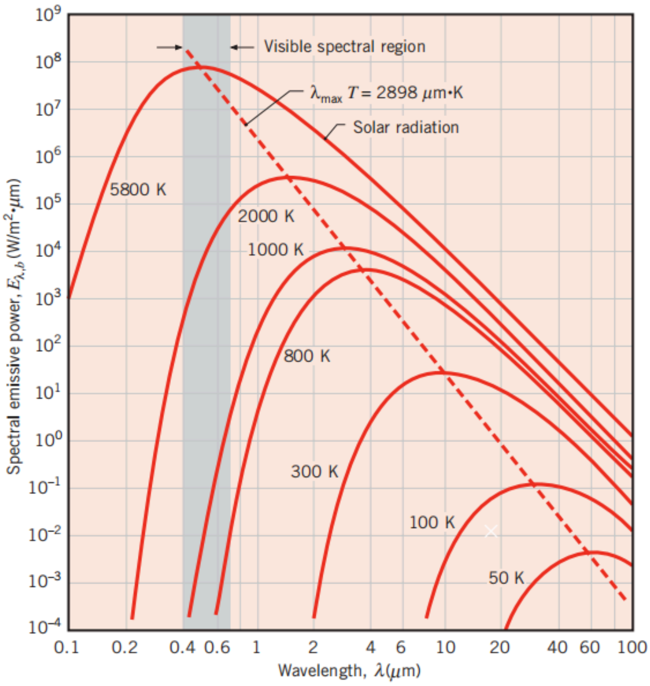
- **Planck 定律**

$$E_{b\lambda}=\frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)}-1} \tag{160}$$

第一辐射常数$c_1=3.742\times10^{-16}\ \mathrm{W}\cdot m^2$，第二辐射常数$c_2=1.4388\times10^{-2}\ \mathrm{W}\cdot K$

- **Wien 位移定律**

$$\lambda_m T = 2.8976 \times 10^{-3} \quad \mathrm{m} \cdot \mathrm{K} \tag{161}$$



$$E_b = \int E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda = \int \frac{c_1\lambda^{-5}}{e^{c_2/(\lambda T)} - 1}\,\mathrm{d}\lambda \tag{162}$$

- **黑体辐射函数**

$$F_{b(0-\lambda)} = \frac{E_{b(0-\lambda)}}{E_b} = \frac{\int_0^\lambda E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda}{\sigma T^4} = f(\lambda T) \tag{163}$$

$$F_{b(\lambda_1-\lambda_2)} = f(\lambda_2 T) - f(\lambda_1 T) \tag{164}$$

- **Lambert 定律**
- 立体角：

$$\Omega = \frac{A_c}{r^2} \tag{165}$$

- 经度角φ
- 纬度角θ

$$\mathrm{d}A_c = r\,\mathrm{d}\theta r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{166}$$

$$\mathrm{d}\Omega = \frac{\mathrm{d}A_c}{r^2} = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi \tag{167}$$

- **定向辐射强度**

$$\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}A\cos\theta} = I \tag{168}$$

$$E_b = \int_{\Omega=2\pi} \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}A} = I_b \int_{\Omega=2\pi} \cos\theta\,\mathrm{d}\Omega = I_b \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta\,\mathrm{d}\theta = \pi I_b \tag{169}$$

8.3 实际物体辐射特性

- 实际物体的辐射力

$$E = \varepsilon E_b = \varepsilon \sigma T^4 = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \tag{170}$$

- 发射率（黑度）

$$\varepsilon = \frac{E}{E_b} \tag{171}$$

- 光谱发射率

$$\varepsilon_\lambda = \frac{E_\lambda}{E_{b\lambda}} \tag{172}$$

$$\varepsilon = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda E_{b\lambda} \, \mathrm{d}\lambda}{\sigma T^4} \tag{173}$$

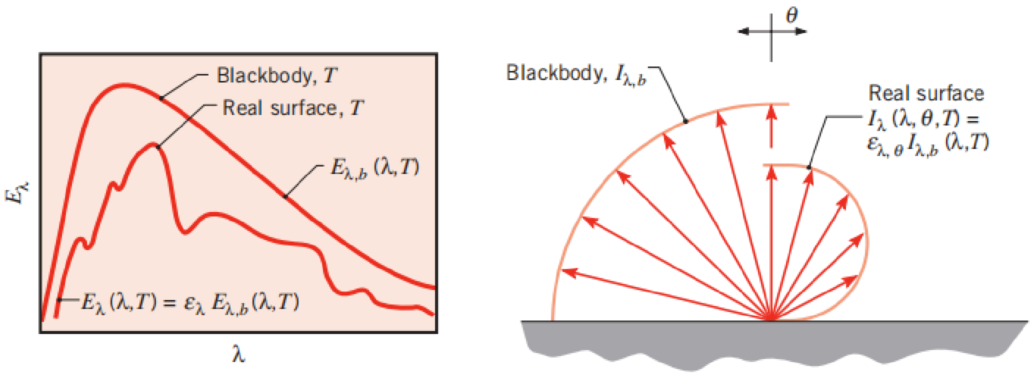
- 方向光谱发射率

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \frac{I_{\theta\lambda}}{I_{b\lambda}} \tag{174}$$

- 方向总发射率

$$\varepsilon_\theta = \frac{I_\theta}{I_b} = \frac{\int_0^\infty I_{\theta\lambda} \, \mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty I_{b\lambda} \, \mathrm{d}\lambda} \tag{175}$$

$$\varepsilon = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta I_b \cos\theta \, \mathrm{d}\Omega}{\pi I_b} = \frac{\int_{\Omega=2\pi} \varepsilon_\theta \cos\theta \, \mathrm{d}\Omega}{\pi} \tag{176}$$



(a) (b)

- **漫反射：**表面方向发射率与方向无关

$$\varepsilon = M \varepsilon_n \tag{177}$$

8.4 实际物体吸收特性

- 选择性吸收与**吸收比：**

$$\alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G} \tag{178}$$

- **光谱吸收比**

$$\alpha_\lambda = \frac{G_{\lambda,\text{abs}}}{G_\lambda} \tag{179}$$

$$\alpha_1 = \frac{\int_0^\infty \alpha_{\lambda,1}\varepsilon_{\lambda,2}E_{b\lambda,2}\,\mathrm{d}\lambda}{\int_0^\infty \varepsilon_{\lambda,2}E_{b\lambda,2}\,\mathrm{d}\lambda} \tag{180}$$

- **漫射表面/漫射体**：定向发射率与方向无关
- **灰体**：光谱吸收比与波长无关
- **漫灰体**：漫射体+灰体
- **白体**：镜面
- **Kirchhoff 定律**

无条件情况下，方向光谱发射比与方向光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_{\theta\lambda} = \alpha_{\theta\lambda} \tag{181}$$

漫射表面的光谱发射比与光谱吸收比恒等

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda \tag{182}$$

与**黑体辐射**处于热平衡的所有物体 或 **漫灰表面**

$$\varepsilon = \alpha \tag{183}$$

9 辐射传热计算

9.1 辐射传热角系数

- **假设：两者均为漫反射表面；辐射热流密度均匀**
- 表面 1 对表面 2 的角系数：表面 1 有效辐射J_1转化为表面 2 上投入辐射G_2的百分数

$$X_{1,2} = \frac{G_2A_2}{J_1A_1} \tag{184}$$

- 表面 2 对表面 1 的角系数：表面 2 有效辐射J_2转化为表面 1 上投入辐射G_1的百分数

$$X_{2,1} = \frac{G_1A_1}{J_2A_2} \tag{185}$$

- **性质：**
  - **相对性：**

$$\begin{gathered} X_{d1,d2}\,\mathrm{d}A_1 = X_{d2,d1}\,\mathrm{d}A_2 \\ X_{1,2}A_1 = X_{2,1}A_2 \end{gathered} \tag{186}$$

  - **完整性：**

$$\sum_{i=1}^{n} X_{1,i} = 1 \tag{187}$$

  非凹面时$X_{1,1} = 0$，凹面时$X_{1,1} \neq 0$

  - **可加性：**

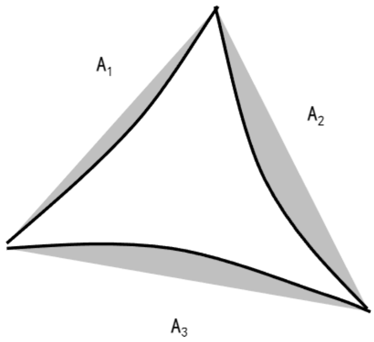
$$X_{1,2} = \sum_{i=1}^{n} X_{1,2i} \tag{188}$$

$$\begin{aligned} G_2 A_2 = \int \mathrm{d}q_{1-2} &= \int \int_{\Omega=2\pi} I_{e+r,1} \cos\theta_1 \, \mathrm{d}\Omega_{2\mathrm{to}1} \, \mathrm{d}A_1 = I_{e+r,1} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \\ &= J_1 \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \end{aligned} \tag{189}$$

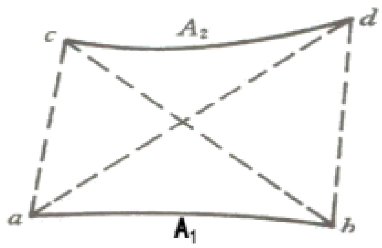
$$\begin{aligned} X_{1,2} &= \frac{1}{A_1} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \\ X_{2,1} &= \frac{1}{A_2} \iint \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \, \mathrm{d}A_2 \end{aligned} \tag{190}$$

$$\begin{aligned} X_{d1,d2} &= \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_2 \\ X_{d2,d1} &= \frac{\cos\theta_1 \cos\theta_2}{\pi r^2} \, \mathrm{d}A_1 \end{aligned} \tag{191}$$

- **几何简化**

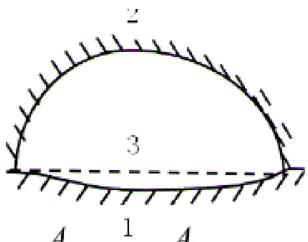


$$\begin{aligned} X_{1,2} &= \frac{A_1 + A_2 - A_3}{2A_1} \\ X_{1,3} &= \frac{A_1 + A_3 - A_2}{2A_1} \\ X_{2,3} &= \frac{A_2 + A_3 - A_1}{2A_2} \end{aligned} \tag{192}$$



$$X_{1,2} = \frac{\text{交叉线之和} - \text{不交叉线之和}}{2 \times \text{表面}A_1\text{的断面长度}} \tag{193}$$

(3) 两个凹表面组成的封闭系统。



加一假想辅助面面3则根据角系数完整性，可得

$$X_{1,1}+X_{1,2}=X_{1,1}+X_{1,3}\Rightarrow X_{1,2}=X_{1,3}$$

$$X_{1,3}=\frac{A_3}{A_1}X_{3,1}=\frac{A_3}{A_1}\Rightarrow X_{1,2}=\frac{A_3}{A_1}\qquad X_{2,1}=\frac{A_1}{A_2}X_{1,2}=\frac{A_3}{A_2}$$

■计算技巧

- 利用分析方法的前提是系统一定是封闭的，如果不封闭可以通过做假想面的途径，令其封闭；
- 增加辅助虚构面帮助分析，注意辅助面的出现不能使系统辐射能量分布发生变化，辅助面法也称“张弦法”。

9.2 两表面封闭系统的辐射换热

9.2.1 漫灰体表面

$$\Phi_{1,2}=q_1A_1=A_1(J_1-G_1)=A_1(\varepsilon_1E_{b1}-\alpha_1G_1)$$

$$J_1=E_{b1}-\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-1\right)q_1$$

$$q_1=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}} \tag{194}$$

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}$$

9.2.2 黑体表面

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}=\frac{0}{0}=\text{const}\Longrightarrow J_1=E_{b1},\varepsilon_1=1 \tag{195}$$

9.2.3 重辐射表面（辐射绝热表面）

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b_1}-J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}}=0\Longrightarrow J_1=E_{b1} \tag{196}$$

- 温度可视为黑体
- 能量可视为白体

9.2.4 两黑体表面封闭腔

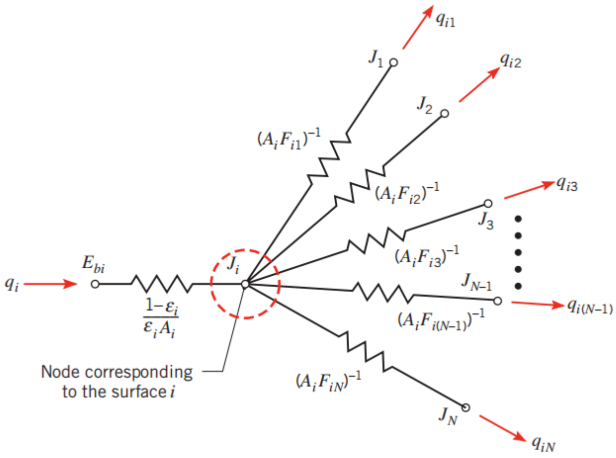
$$\Phi_{1,2}=A_1J_1X_{1,2}-A_2J_2X_{2,1}=A_1X_{1,2}(E_{b1}-E_{b2})$$

$$=\frac{E_{b1}-E_{b2}}{\frac{1}{A_1X_{1,2}}} \tag{197}$$

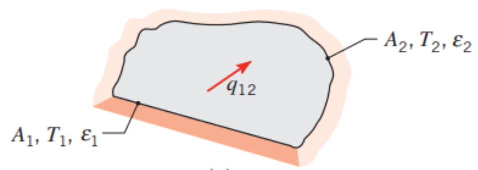
9.2.5 两表面封闭腔

$$\Phi_{1,2}=A_1J_1X_{1,2}-A_2J_2X_{2,1}=A_1X_{1,2}(J_1-J_2)$$
$$=\frac{J_1-J_2}{\dfrac{1}{A_1X_{1,2}}} \tag{198}$$

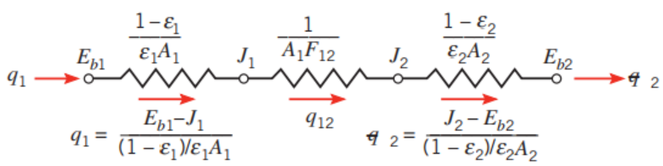
9.3 热电比拟



$$\Phi_i=\frac{E_{bi}-J_i}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i\varepsilon_i}}=\sum_j^N\frac{J_i-J_j}{\dfrac{1}{A_iX_{i,j}}}=\frac{E_{bi}-J_N}{\dfrac{1-\varepsilon_i}{A_i\varepsilon_i}+\sum_i^N\dfrac{1}{A_iX_{i,j}}} \tag{199}$$



(a)

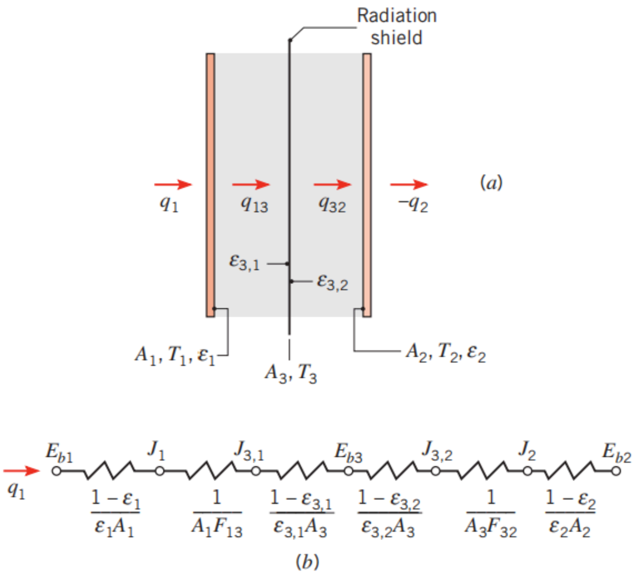


(b)

$$\Phi_{1,2}=\frac{E_{b1}-E_{b2}}{\dfrac{1-\varepsilon_1}{A_1\varepsilon_1}+\dfrac{1}{A_1X_{1,2}}+\dfrac{1-\varepsilon_2}{A_2\varepsilon_2}}$$
$$=\frac{A_1X_{1,2}(E_{b1}-E_{b2})}{X_{1,2}\dfrac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1}+1+X_{2,1}\dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}}=\varepsilon_sA_1X_{1,2}(E_{b1}-E_{b2}) \tag{200}$$

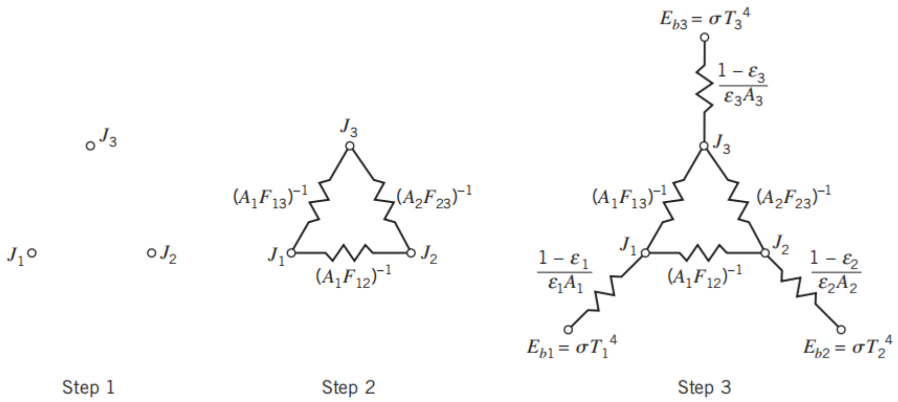
系统发射率/黑度ε_s

9.3.1 遮热板

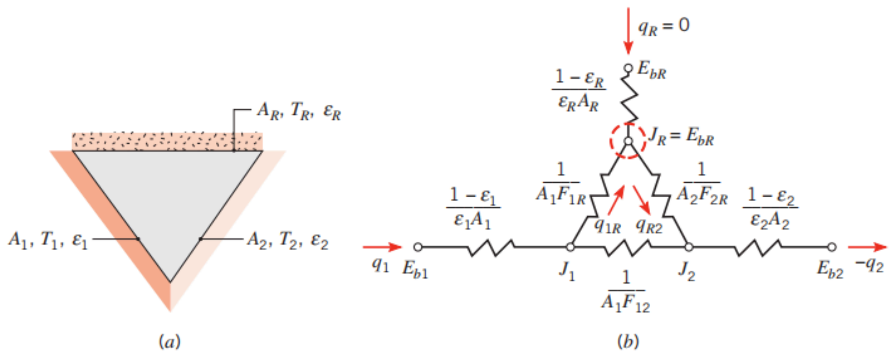


9.3.2 三表面凸封闭腔

- 正常三表面凸封闭腔



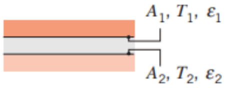
- 其中一表面为重辐射面或黑体表面



黑体相当于分支短路（三元）；重辐射面相当于分支断路（简化为二元）

9.3.3 其他特例

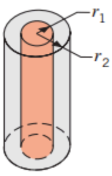
Large (Infiite) Parallel Planes



$$A_1 = A_2 = A \qquad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1}{\varepsilon_2} - 1}$$

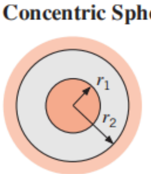
Long (Infiite) Concentric Cylinders



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \qquad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)}$$

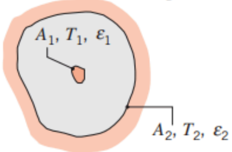
Concentric Spheres



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \qquad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\dfrac{1}{\varepsilon_1} + \dfrac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}\left(\dfrac{r_1}{r_2}\right)^2}$$

Small Convex Object in a Large Cavity



$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \qquad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4)$$

9.4 气体辐射

- 对波长具有选择性
- 不能看成灰体
- 辐射和吸收光谱不同
- 具有体积辐射特性

9.4.1 气体吸收定律

- **Beers 定律**

$$\frac{\mathrm{d}I_{\lambda,x}}{I_{\lambda,x}} = -k_\lambda\,\mathrm{d}x,\quad k_\lambda\ \text{光谱减弱系数}$$

$$I_{\lambda,s} = I_{\lambda,0}e^{-k_\lambda s},\quad s\text{气体平均射线行程长} \tag{201}$$

$$\tau_\lambda(T,ps) = e^{-k_\lambda s}$$

$$\alpha_\lambda(T,ps) = \varepsilon_\lambda(T,ps) = 1 - e^{-k_\lambda s} \tag{202}$$

$$s \approx 3.6\frac{V}{A} \tag{203}$$

9.4.2 气体辐射率与吸收比

- 气体总发射率

$$\varepsilon_g = \frac{E_g}{E_b} = \frac{\int_0^\infty (1 - e^{-k_\lambda s}E_{b\lambda}\,\mathrm{d}\lambda)}{\sigma T_g^4} \tag{204}$$

- 水蒸气二氧化碳混合气体

$$\varepsilon_g = \varepsilon_w + \varepsilon_c - \Delta\varepsilon$$
$$\alpha_g = \alpha_w + \alpha_c - \Delta\alpha \tag{205}$$

9.4.3 气体辐射换热计算

- 黑体包壳

$$q = \varepsilon_g E_{b,g} - \alpha_g E_{b,w} \tag{206}$$

- 两无限大平板
  - 气体定温——看作黑体表面
  - 气体不定温——看作重辐射表面

气体与表面之间热阻：$\frac{1}{A_1 X_{1,g}\varepsilon_g}$，$\frac{1}{A_2 X_{2,g}\varepsilon_g}$，表面与表面之间热阻$\frac{1}{A_1 X_{1,2}(1-\varepsilon_g)}$

气体与表面：

$$\begin{aligned}\Phi_{g,1} &= A_1 X_{1,g}(J_g - J_1) = A_1 X_{1,g}(J_g - G_g) = A_1 X_{1,g}(\varepsilon_g E_{bg} + \tau_g G_g - G_g) \\ &= A_1 X_1(\varepsilon_g E_{bg} - \alpha_g J_1) = \frac{E_{bg} - J_1}{A_1 X_{1,g}\varepsilon_g}\end{aligned} \tag{207}$$

表面与表面：

$$\Phi_{1,2} = A_1 X_{1,2} J_1 \tau_g - A_2 X_{2,1} J_2 \tau_g = A_1 X_{1,2}\tau_g (J_1 - J_2) = \frac{J_1 - J_2}{A_1 X_{1,2}(1-\varepsilon_g)} \tag{208}$$

9.5 综合传热

- **多层平行板：**

热稳态下热阻可简化为

$$R = \frac{1}{\sum_{i}^{N-1}\left(\frac{1}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_{i+1}} - 1\right)} \tag{209}$$

- **热电偶：**

热电偶结点 1 热平衡方程

$$h_1(T_f - T_1) = \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_w^4) = q_r \tag{210}$$

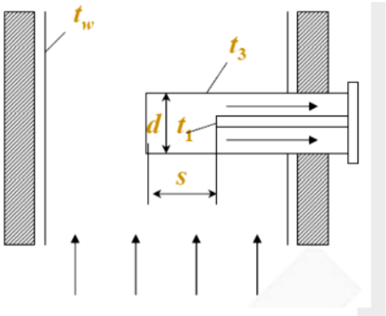
测量绝对误差：

$$\Delta T = T_f - T_1 = \frac{q_r}{h_1} \tag{211}$$

采用遮热罩式热电偶可减小q_r，抽气式热电偶可增大h_1

- **遮热罩热电偶**

$$h_1(T_F - T_1) = \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_3^4)$$
$$h_3(T_f - T_3) = \varepsilon_3 \sigma (T_3^4 - T_w^4) \tag{212}$$



- 同时考虑辐射与对流
  - 单相

$$h = h_c + h_r \tag{213}$$

  - 膜态沸腾

$$h^{\frac{4}{3}} = h_c^{\frac{4}{3}} + h_r^{\frac{4}{3}} \tag{214}$$

$$h_r = \frac{\Phi_r}{A(T_w - T_f)} \tag{215}$$

10 传热过程分析与换热器的热计算

10.1 传热过程分析与计算

10.1.1 平壁传热

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \sum_i^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{h_2}} \tag{216}$$

10.1.2 圆筒壁

- 管外侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1}\frac{d_o}{d_i} + \frac{d_o}{2\lambda}\ln\frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}} \tag{217}$$

- 管内侧为基准

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d_i}{2\lambda}\ln\frac{d_o}{d_i} + \frac{1}{h_o}\frac{d_i}{d_o}} \tag{218}$$

10.1.3 带保温层圆筒/圆管

$$\Phi = \frac{\pi l(T_{fo} - T_{fi})}{\frac{1}{h_i d_i} + \frac{1}{2\lambda_1}\ln\left(\frac{d_m}{d_i}\right) + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\left(\frac{d_o}{d_m}\right) + \frac{1}{h_o d_o}} \tag{219}$$

在$d_o = \frac{2\lambda_2}{h_2} = d_{cr}$有传热极大值

10.1.4 肋壁

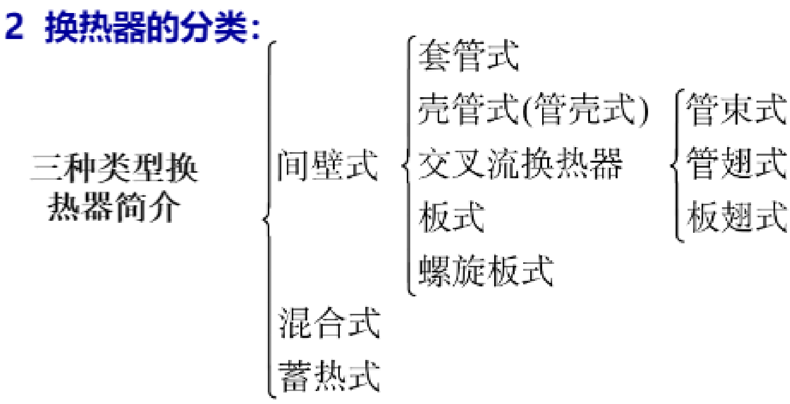
- 肋侧为基准

$$k=\frac{1}{\frac{1}{h_i}\frac{A_o}{A_i}\frac{\delta}{\lambda}\frac{A_o}{A_i}+\frac{1}{h_o\eta_o}},\quad \eta_o=\frac{A_1+\eta_f A_2}{A_o}(\text{肋面效率}),\quad \eta_f(\text{肋效率}) \tag{220}$$

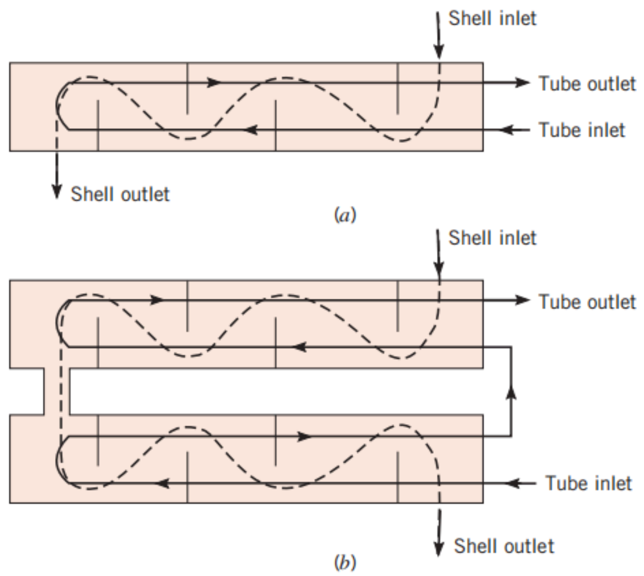
- **光侧表面为基准**

$$k=\frac{1}{\frac{1}{h_i}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{A_i}{h_o\eta_o A_o}}=\frac{1}{\frac{1}{h_i}+\frac{\delta}{\lambda}+\frac{1}{h_o\eta_o\beta}},\quad \beta=\frac{A_o}{A_i}(\text{肋化系数}) \tag{221}$$

10.2 换热器



- **套管式**
  - 顺流
  - 逆流
- **管壳式**
  - 壳程
  - 管程



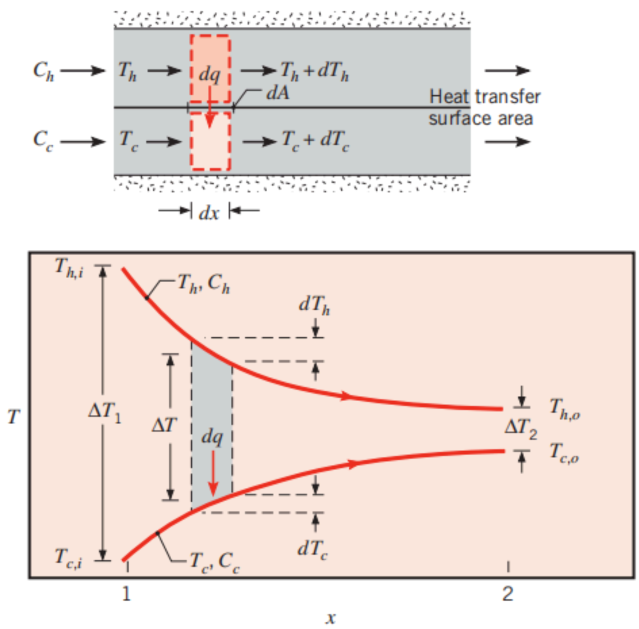
1-2 型与 2-4 型管壳式换热器

- **带污垢热阻的换热器**

$$k = \frac{1}{\frac{1}{h_i}\frac{A_o}{A_i} + r_i\frac{A_o}{A_i} + r_w\frac{A_o}{A_i} + r_o\frac{1}{\eta_o\beta} + \frac{1}{h_o\eta_o\beta}} \tag{222}$$

10.3 平均传热温差

- 顺流



$$\mathrm{d}\Phi = k\Delta T\,\mathrm{d}A \tag{223}$$

$$\mathrm{d}\Phi = -q_{m1}c_{p1}\,\mathrm{d}T_1 = q_{m2}c_{p2}\,\mathrm{d}T_2 \tag{224}$$

$$\mathrm{d}(\Delta T) = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right)\mathrm{d}\Phi = -\mu\,\mathrm{d}\Phi \tag{225}$$

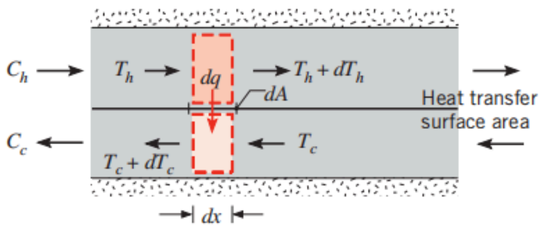
$$\frac{\mathrm{d}\Delta T}{\Delta T} = -\mu k\,\mathrm{d}A$$

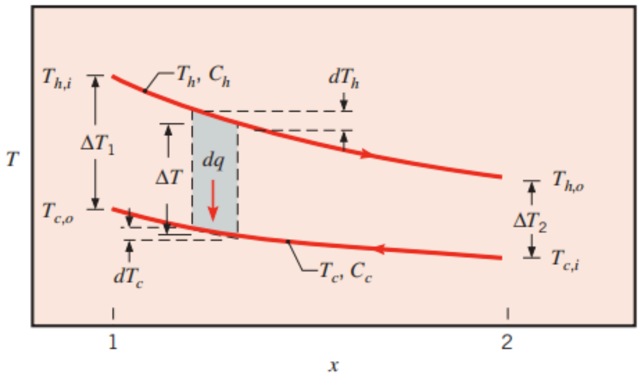
$$\Delta T = \Delta T' e^{-\mu k A(x)} \tag{226}$$

$$-\mu k A = \ln\Delta T'' - \ln\Delta T'$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln\Delta T' - \ln\Delta T''} \tag{227}$$

- 逆流





$$\mathrm{d}\Phi = -q_{m1}c_{p1}\,\mathrm{d}T_1 = -q_{m2}c_{p2}\,\mathrm{d}T_2 \tag{228}$$

$$\mu = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} - \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right) \tag{229}$$

$$\mathrm{d}(\Delta T) = -\left(\frac{1}{q_{m1}c_{p1}} + \frac{1}{q_{m2}c_{p2}}\right)\mathrm{d}\Phi = -\mu\,\mathrm{d}\Phi \tag{230}$$

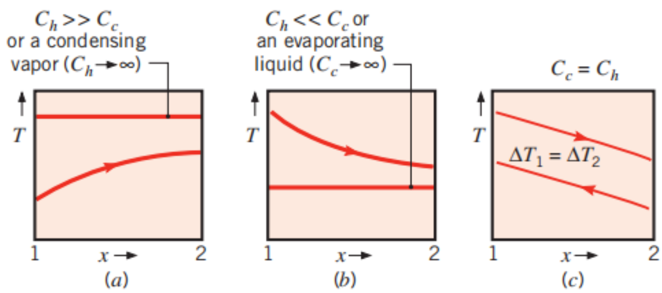
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T' - \Delta T''}{\ln \Delta T' - \ln \Delta T''} \tag{231}$$

- 其他复杂布置（注意壳程和管程）

$$\begin{gathered}\Delta T_m = \varphi(\Delta T_m)_{\mathrm{ctf}}(\text{ctf 代表逆流对数平均温差}) \\ \varphi = \varphi(P, R)\end{gathered} \tag{232}$$

-

$$\begin{gathered}P = \frac{T_c'' - T_c'}{T_h' - T_c'} \text{ 理论温升比} \\ R = \frac{T_h' - T_h''}{T_c'' - T_c'} = \frac{q_{mc}c_{pc}}{q_{mh}c_{ph}} \text{ 最大热容比}\end{gathered} \tag{233}$$



10.4 间壁式换热器的热计算

八个未知量：$q_{mh}c_h, q_{mc}c_c, A, k, \Phi$及$T_h', T_h'', T_c', T_c''$中的三个

- **换热器效能**

$$\varepsilon = \frac{q}{q_{\max}} = \frac{C_h(T_h' - T_h'')}{C_{\min}(T_h' - T_c')} = \frac{C_c(T_c'' - T_c')}{C_{\min}(T_h' - T_c')} = \frac{|T' - T''|_{\max}}{T_h' - T_c'} \tag{234}$$

- **热容比**

$$C_r = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = \frac{|T' - T''|_{\min}}{|T' - T''|_{\max}} \tag{235}$$

- **顺流**

$$\begin{aligned} \Delta T' - \Delta T'' &= \varepsilon(T_h' - T_c') + C_r|T' - T''|_{\max} \\ &= \varepsilon(1 + C_r)(T_h' - T_c') = \varepsilon(1 + C_r)\Delta T' \end{aligned} \tag{236}$$

$$\begin{gathered} 1 - \frac{\Delta T''}{\Delta T'} = \varepsilon(1 + C_r) \\ \frac{\Delta T''}{\Delta T'} = e^{-\mu k A} \end{gathered} \tag{237}$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp(-\mu k A)}{1 + C_r} \tag{238}$$

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp\left(-\frac{kA}{C_{\min}}(1 + C_r)\right)}{1 + C_r} = \frac{1 - \exp[-\ \mathrm{NTU}\ (1 + C_r)]}{1 + C_r} \tag{239}$$

- **逆流**

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-\ \mathrm{NTU}\ (1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-\ \mathrm{NTU}\ (1 - C_r)]} \tag{240}$$

- **相变**

$$C_r = 0,\ \ \varepsilon = 1 - \exp[-\mathrm{NTU}] \tag{241}$$

- **等热容**
  - 顺流

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-2\mathrm{NTU}]}{2} \tag{242}$$

  - 逆流

$$\varepsilon = \frac{\mathrm{NTU}}{1 + \mathrm{NTU}} \tag{243}$$

10.4.1 设计计算

给定$q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$及 进出口温度中的三个，求A和k

- **平均温差法**
  - 定方案确定k

- 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T_h' - T_h'') = q_{mc}c_c(T_c'' - T_c') \tag{244}$$

  确定待定温度
- 计算平均温差ΔT_m
- 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \tag{245}$$

  核验阻力
- 若阻力过大则重新设计

- **效能-传热单元数法**
  - 由已知条件计算ε求 NTU
  - 偏差较大则重新设计

10.4.2 校核计算

给定$A, q_{mh}c_h, q_{mc}c_c$及 两个进口温度，求两个出口温度

- **平均温差法**
  - 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
  - 计算平均温差ΔT_m
  - 计算k
  - 由

$$\Phi = kA\Delta T_m \tag{246}$$

  计算Φ_t
  - 由

$$\Phi = q_{mh}c_h(T_h' - T_h'') = q_{mc}c_c(T_c'' - T_c') \tag{247}$$

  计算Φ_b
  - 比较Φ_t和Φ_b，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求

- **效能-传热单元数法**
  - 假设 1 流体出口温度，计算另一流体出口温度
  - 计算**定性温度**，计算k
  - 计算 NTU，计算ε
  - 计算Φ_t与Φ_b
  - 比较Φ_t和Φ_b，偏差小则设计合理，否则重新取温度直到满足精度要求

效能-传热单元数法相较平均温差法校核敏感性更小

10.5 强化与削弱传热

10.5.1 无源技术（被动）

- 涂层表面
- 粗糙表面
- 扩展表面
- 扰流元件
- 涡流发生器
- 螺旋管
- 添加物

- 射流冲击换热

10.5.2 有源技术（主动）

- 机械搅拌
- 表面振动
- 流体振动
- 电磁场作用促进混合
- 喷/吸流体

10.5.3 热阻分离法

威尔逊图解法：

- 作初热阻-某物理量的线性图
- 作运行一段时间后热阻-某物理量的线性图
- 截距差即为污垢热阻

10.5.4 隔热保温技术

- **保温效率**

$$\eta = \frac{\Phi_0 - \Phi_x}{\Phi_0} \tag{248}$$

Φ_0裸管散热量，Φ_x加装保温材料后散热量